بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض — الاختبار النهائي — في المقرر ٣٤٣ ريض

كلية العلوم / قسم الرياضيات — الفصل الدراسي الأول — ١٤٣٦/١٤٣٥ هـ — الزمن : ٣ ساعات

<u>أجب عن الأسئلة الآتية</u>

س١ : إذا كانت $G=S_4$ وكانت $\sigma_5 , \dots\dots , \sigma_1$ تمثلات أصناف الترافق في S_4 بحيث :

$|\sigma_1|=1$ ، $|\sigma_2|=|\sigma_3|=2$ ، $|\sigma_4|=3$ ، $|\sigma_5|=4$

فأجب عما يأتي :-

(أ) اكتب التفريق الدوري لكل σ_i ، $(i=1,2,3,4,5)$.

(ب) احسب $|N(\sigma_i)|$ لكل σ_i .

(جـ) اكتب معادلة الفصل للزمرة $G=S_4$.

(د) املأ الفراغات الآتية :-

(i) $|Z(G)|=\dots$ (ii) $|A_4|=\dots$ (iii) $[S_4 : A_4]=\dots$

(هـ) هل $A_4 \lhd S_4$ ؟ ولماذا ؟

س٢ : (أ) إذا كانت G زمرة رتبتها p^n ، حيث $n\in\mathbb{Z}^+$. فمتى نقول إن G زمرة بسيطة ؟ ومتى لا تكون G بسيطة ؟

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

[1] $A_4 \cong D_6$ [2] توجد $H < S_{15}$ ، حيث $|H|=70$.

[3] إن $Aut(\mathbb{Z}_{20}) \cong U_{20} \cong \mathbb{Z}_8$.

س٣ : (أ) إذا كانت G زمرة منتهية ، فمتى نقول إن K زمرة سيلو جزئية من النوع p في G ؟

(ب) إذا كانت G رتبتها 200 ، فأثبت -بدون استخدام مبرهنة اختبار الدليل- أن G زمرة غير بسيطة .

س٤ : (أ) متى نقول إن G زمرة حاصل الضرب المباشر الخارجي للزمر $H_n , \dots\dots , H_1$ ؟

(ب) إذا كانت G زمرة حاصل الضرب المباشر الخارجي للزمر $H_1 , \dots\dots , H_n$ وعرفنا $\bar{H}_i$ كما يلي :

$$\bar{H}_i = \{(e_1,\dots,e_{i-1},h_i,e_{i+1},\dots,e_n)\in G \mid h_i\in H_i\}$$

فأثبت أن : $\bar{H}_i \cong H_i$.

« أتمنى لكم التوفيق »