

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [13 درجة]

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(أ) إذا كانت G منتهية وكان $a \in G$ رتبته n ، فإن :

$$|x^{-1}ax| = n , \forall x \in G$$

(ب) لا توجد زمرة بسيطة G رتبته 2952 .(ج) إذا كانت G منتهية وكان $g, h \in G$ ، وعرّفنا تطبيقاً $\varphi_g: G \rightarrow G$ كما يلي:

$$x \varphi_g = g x g^{-1}$$

فإن:

$$\varphi_{gh} = \varphi_g \varphi_h$$

(د) $\exists H, K \leq A_9 \exists |H| = |K| = 10 \wedge H \not\cong K$ (هـ) $\exists S_n \exists |Z(S_n)| > 1 \wedge n \geq 3$ (و) إن: $Aut(\mathbb{Z}_{10}) \cong Aut(\mathbb{Z}_{12})$

السؤال الثاني: [7 درجات]

(أ) أعط مثلاً واحداً فقط لزمرة بسيطة G ، حيث:

$$Z(G) = G$$

(ب) إذا كانت $G = \mathbb{Z}_p \times U_p \times S_p$ ، فاملأ الفراغ الآتي بدلالة p :
 $|G| = \dots$ (ج) إذا كانت $G = S_8$ ، فأوجد $H \leq G$ ، بحيث $H \cong D_{15}$ أي أن:

$$H = \langle x, y : x^2 = y^{15} = (1) \wedge x^{-1}yx = y^{-1} \rangle$$