بسم الله الرحمن الرحيم

قسم الرياضيات — الاختبار الفصلي الأول — الفصل الأول: ١٤٣٠-١٤٣١

كلية العلوم — (٣٨٤ ريض) — الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول:

(i) أورد نص شرط ريمان لقابلية الدالة المحدودة f للتكامل الريماني على $[a,b]$. 1

(ii) إذا كانت f متصلة على $[a,b]$، فأثبت أن $f \in R(a,b)$. 3

(iii) إذا كانت $f \in R(a,b)$ و $g(x)=f(x)$ لكل $x \in [a,b]$ ما عدا c فأثبت ان $g \in R(a,b)$ و أن

$$\int_a^b g(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt$$ 3

السؤال الثاني:

(i) لتكن $f \in R(a,b)$ متصلة عند $c \in [a,b]$. إذا كان: $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ لكل $x \in [a,b]$، فأثبت أن

F قابلة للاشتقاق عند c و أن $F'(c)=f(c)$. 4

(ii) إذا كانت f متصلة على $[a,b]$، فأثبت أن $\int_a^x f(t)\left(x^2-t^2\right)dt = \int_a^x 2t\left(\int_a^t f(u)\,du\right)$ 3

ارشاد: اشتق الجانبين.

السؤال الثالث:

ادرس التقارب المنتظم للمتتالية (f_n) على $D=[0,1]$ حيث

(i) $f_n(x)=\begin{cases} x\sqrt{n} & x \in \left[1,\frac{1}{n}\right] \\ 0 & otherwise \end{cases}$ 3

(ii) $f_n(x)=\frac{nx}{1+nx}$. 3