جامعة الملك سعود	كلية العلوم	قسم الرياضيات

الفصل الثاني ١٤٣٢-١٤٣٣ هـ/الإختبار الفصلي الأوّل للمقرر ٣٨٤-ريض/الزمن: ٩٠ دقيقة

التمرين الأوّل <٤ درجات>:

١) أورد شرط ريمان لقابلية الدالة $f(x)$ للتكامل على الفترة $[a,b]$.

٢) إستعمله لتبين أنه إذا كانت $f \in \mathcal{R}(a,b)$ فإن $|f| \in \mathcal{R}(a,b)$ أيضا.

٣) هل العكس صحيح، (أي هل $|f| \in \mathcal{R}(a,b) \Leftarrow f \in \mathcal{R}(a,b)$)؟ علل إجابتك.

التمرين الثاني <٤ درجات>:

١) أورد نص النظرية الأساسية لحساب التفاضل و التكامل.

٢) بين أنه إذا كانت g دالة متصلة على $[0,1)$ و عرفنا f بالشكل:

$f(x) = \int_0^x (x-t)g(t)dt$ فإن f تحقق المعادلتين: $f''(x) = g(x)$ و $f(0) = f'(0) = 0$.

بين كذلك أن $f(x) = \int_0^x \left(\int_0^t g(s)\,ds \right) dt$ على $(0,1)$.

التمرين الثالث <٤ درجات>:

١) إستعمل مجاميع ريمان للدالة $f(x) = \dfrac{\tan x}{x}$ لحساب النهاية $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \tan\left(\frac{k\pi}{4n+4}\right)$.

٢) أدرس تقارب التكامل المعتل $I = \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^6}}$.

التمرين الرابع <٨ درجات>:

١) لتكن $\{f_n\}$ متتالية دوال على $[0,1]$ معرفة بـ $f_n(x) = x - x^n$.

أ) أوجد نهايتها النقطية.

ب) هل تتقارب بإنتظام على $[0,1]$؟

ج) هل تتقارب بإنتظام على $[0,a]$، حيث $0 < a < 1$؟

٢) إذا كانت $f_n(x) = \dfrac{2nx + \sin(nx^2)}{3n}$، فأحسب $\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$.

٣) أدرس التقارب المنتظم للمتتالية $g_n(x) = \dfrac{n^2 x}{1+n^2x^2}$ على $[0,1]$.

و الله ولي التوفيق