

الزمن: 3 ساعات
مقرر: 423 رياض

الفصل الدراسي الأول
العام الدراسي 1430\29
الاختبار النهائي

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

اجب عن الأسئلة الآتية:
السؤال الأول:

أ) احذف الثوابت a, b من المعادلة $z = ax^2 + by^2 + ab$ ومن ثم كون المعادلة التفاضلية
ب) كون المعادلة التفاضلية والتي حلها يكون على الصورة $\phi(x + y + z, x^2 + y^2 - z^2) = 0$

ج) أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية
 $y(y + z)dx + z(x + z)dy + y(y - x)dz = 0$

السؤال الثاني:

أ) اكتب معادلات ماكسويل ثم استنتج منها كلا من معادلة لابلاس والمعادلة الموجية وكذلك المعادلة الحرارية ثم بين نوع كلا منها.

ب) بين أن حل المعادلة الموجية تحت الشروط الحدية $\left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{t=0} = \frac{1}{1+x^2}$ يمكن كتابته على الصورة $\psi(x, t) = \frac{1}{2c} [\tan^{-1}(x + ct) - \tan^{-1}(x - ct)]$

ج) إذا كانت معادلة لابلاس في الإحداثيات الكرتيزية x, y على الصورة $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$ فبرهن على أن حلها في الإحداثيات القطبية r, θ عن طريق فصل المتغيرات يكون على الصورة $\phi(r, \theta) = (A \cos m\theta + B \sin m\theta)(Cr^m + Dr^{-m})$ ثابت.

السؤال الثالث:

أ) أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} - 6 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = (x + y) + \sin(x - 2y) + \exp(3x + y)$$

ب) برهن على أن الدالة $\phi(x, t)$ والتي تحقق المعادلة التفاضلية $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ طبقاً للشروط الحدية $\phi(x, 0) = 0, x \in [0, 1] \quad \phi(1, t) = 1, \phi(0, t) = 0, t > 0$ يمكن كتابتها على الصورة

$$\phi(x, t) = x + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(n\pi x) \exp(-n^2 \pi^2 kt)$$