جامعة الملك سعود	**كلية العلوم**	**قسم الرياضيـات**
الفصل 1 42هـ / / الاختبار النهائى 425 ريض / /		**الزمن: 3 ساعات**

السؤال الاول(5د)

احذف الدوال الاختيارية من المعادلات التالية لتكون معادلة تفاضلية جزئية بادنى رتبة:

(1 $z = f(\cos x + \cos y)$

(2 $\boldsymbol{u} = f(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2)$

السؤال الثانى(5د)

اوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الجزئية التالية:

$$(z^2 + 1)z_x + (z^2 + 1)z_y = x + y$$

$$xu_x - yu_y = x^2y$$

السؤال الثالث(5د)

اوجد حل لمسالة كوشي التالية:

$$\begin{cases} \cos y\, u_x + \cos x\, u_y = \cos y \sin^2 x \\ u(0, y) = 1 \end{cases}$$

السؤال االرابع(5د)

اوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$x^2u_{xx} - 2xyu_{xy} - 3y^2u_{yy} + xu_x - 3yu_y = 2\ln xy + 4x$$

السؤال الخامس(20د)

اوجد حل للمسائل الحدية التالية:

.1

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & 0 < x < 2, \quad 0 < y < 2 \\ u\ (0, y) = u(2, y) = 0, & 0 < y < 2 \\ u\ (x, 0) = 0, \quad u(x, 2) = x & 0 < x < 2 \end{cases}$$

.2

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & 0 \le r < 1, -\pi < \theta \le \pi \\ u\ (1,\theta) = 1, & 0 \le \theta \le \pi \\ u\ (1,\theta) = -1, & -\pi < \theta < 0 \end{cases}$$

.3

$$\begin{cases} u_{tt} = 2u_{xx}, & 0 < x < \pi, 0 < t, \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0, & 0 < t, \\ u\ (x,0) = sin^3(x), & u_t(x,0) = x, 0 < x < \pi. \end{cases}$$

4

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & 0 < x < \pi, 0 < t, \\ u\ (0,t) = 0, & u(\pi,t) = 0, \quad 0 < t, \\ & u(x,0) = x, 0 < x < \pi. \end{cases}$$