جامعـة الملك سعـود	كليـة العلـوم	
قسـم الريـاضيـــات		
الفصل الاول 1439-1440 هـ / / الاختبار النهائى 425 ريض / /		الزمن: 3 ساعات

السؤال الاول

1. احذف الدالة الاختيارية من المعادلة لتكون معادلة تفاضلية جزئية بادنى رتبة:

$$u = f(2x + y) + g(x + y)$$

2. اوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الجزئية التالية:

$$.\ (y - x)u_x + (y + x)u_y = \frac{x^2 + y^2}{u}$$

السؤال الثانى

اوجد حل لمسال كوشى التالية فى كل ما يلى:

.1

$$\begin{cases} u_t = t\,x\,u_x \\ u(x,0) = \dfrac{1}{1+x^2} \end{cases}$$

.2

$$\begin{cases} x\,u_t - 2t\,x\,u_x - 2t\,u = 0 \\ u(x,0) = x^3 \end{cases}$$

السؤال الثالث

حول المعادلة الى صيغتها القياسية ثم اوجد الحل

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{xy} - 2u_{xy} = -1, \qquad 0 \le x \le 1, \qquad y > 0 \\ u(x,0) = u_y(x,0) = x \end{cases}$$

السؤال الرابع

اوجد حل للمسائل الحدية التالية:

.1

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1, \\ u(0,y) = u(2,y) = 0, & 0 < y < 1 \\ u(x,0) = 0,, u(x,2) = \sin(\frac{5\pi x}{4}) & 0 < x < 2 \end{cases}$$

.2

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & 0 \le r < 1, -\pi < \theta \le \pi \\ u\ (1,\theta) = 0, & 0 \le \theta \le \pi \\ u\ (1,\theta) = 1, & -\pi < \theta < 0 \end{cases}$$

.3

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & 0 \le x \le 2\pi, 0 < t, \\ u_x(0,t) = u_x(2\pi,t) = 0, & 0 < t, \\ u\ (x,0) = x. \end{cases}$$

السؤال الخامس:

لتكن الدالة $f(x)$ معرفة كالتالى

$$f(x) = \begin{cases} \pi, & 0 < x < 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

تتسرب الحرارة على قضيب ممتد من $x=0$ الى $x=\infty$ حسب المعادلة التالية

$$u_t = u_{xx}$$

أذا كان توزيع الحرارة $u(x,t)$ عند $t=0$ معطى بالدلة $f(x)$ استنتج صيغة $u(x,t)$ لكل $t>0$.