قسم الرياضيات | 423 ريض | الفصل الثاني

جامعة الملك سعود | الاختبار الفصلي | 2010-2009

1- في كل من المعادلتين التاليتين تخلّص من الدالة الاختيارية f للحصول على معادلة تفاضلية بـــأدنى رتبة:

$$(i)\ \ u(x,y)=e^{x}f(y-2x), \qquad (ii)\ \ f(u-x,x-y)=0.$$

2- أوجد حل المعادلة $\cos y\,u_x-2x\,u_y=0$ الذي يمر بالمنحني

$$\Gamma=\{(x,y,z): x=t, y=0, z=t^2,\ t\in\mathbb{R}\}.$$

3- استخدم تحليل المؤثر لإيجاد الحل العام للمعادلة

$$u_{tt}=4u_{xx},$$

ثم استنتج الحل الذي يحقق الشرطين

$$u(x,0)=\sin x, \qquad u_t(x,0)=1.$$

4- في كل من المسائل التالية، عيّن إن كان يوجد حل وحيد، أكثر من حل، أو لايوجد حل، مع ذكر الأسباب:

$$\begin{aligned}
&\textbf{(i)}\ \ \Delta u=0 \quad in\ \Omega,\\
&\qquad u_n=0 \quad on\ \partial\Omega.\\
&\textbf{(ii)}\ \ \Delta u=0 \quad in\ \Omega,\\
&\qquad u=0 \quad on\ \partial\Omega.\\
&\textbf{(iii)}\ \ \Delta u=0 \quad in\ D(0,1),\\
&\qquad u_n=1 \quad on\ C(0,1).
\end{aligned}$$

درجات إضافية: ما هو الحل، إن وجد، في كل من الحالات الثلاث؟