

1- في كل من المعادلتين التاليتين تخلص من الدالة الاختيارية f للحصول على معادلة تفاضلية في $u(x,y)$ بأدنى رتبة:

$$(i) u(x,y) = xf(y+3x), \quad (ii) f(u-x, x+y) = 0.$$

2- أوجد الحل العام للمعادلة $u_x + u_y = \sqrt{u}$ ، ثم استنتج الحل الذي يحقق الشرط $u(x,0) = x^2$.

3- استخدم فصل المتغيرات لإيجاد الحل العام للمعادلة

$$u_{xx} - u_{yy} + u = 0.$$

4- (أ) متى تكون الدالة $u(x,y) = f(x^2 - y^2)$ توافقية في \mathbb{R}^2 ؟

(ب) تحقق من أن الدالة $u(x,y) = e^{2x} \sin 2y$ توافقية في \mathbb{R}^2 ، واستنتج قيمتها العظمى والصغرى في القرص المغلق $[0,1] \times [0,1]$ وأين تقع.