جامعة الملك سعود　　الاختبار النهائي　　الفصل الثاني ١٤٢٨/١٤٢٩هـ-

كلية العلوم- قسم الرياضيات　　في المقرر ٤٣٤ ريض　　الزمن : ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة التالية:

س (1)

(أ) أعطِ برهاناً تركيبياً لإ ثبات أنه لإي عددين صحيحين $n \geq k \geq 1$ فإن $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

(ب) أثبت أن $S(n,2) = 2^{n-1} - 1$ لكل عدد صحيح $n \geq 2$

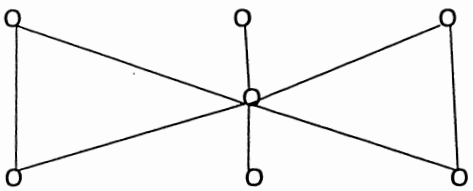
(ج) جد عدد الحلول الصحيحة للمسألة التالية :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 15$$
$$0 \leq x_1 \leq 7$$
$$0 \leq x_2 \leq 7$$
$$0 \leq x_3 \leq 4$$

(د) إذا كانت $T = (V, E)$ شجرة عدد رؤوسها n فجد عدد الممرات من الرأس $x \in V$ إلى الرؤوس الأخرى.

(هـ) إذا كانت $C = (V, E)$ دورة عدد رؤوسها n فجد عدد الممرات من الرأس $x \in V$ إلى الرؤوس الأخرى.

(و) جد عدد الأشجار المولدة للرسم التالي :



س(٢)

(أ) إذا كانت $u_n + d_1 u_{n-1} + d_2 u_{n-2} + \ldots + d_k u_{n-k} = 0$ علاقة ارتدادية خطية ذات معاملات ثابتة وجذورها المميزة $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ مختلفة؛ فأثبت أنه يمكن كتابة الحل العام على الصورة $u_n = c_1 \alpha_1^{\,n} + c_2 \alpha_2^{\,n} + \ldots + c_k \alpha_n^{\,n}$ حيث $c_1, c_2, \ldots, c_k$ ثوابت.

(ب) جد حل المسألة التالية :

$$a_n - 2a_{n-1} - 3a_{n-2} = 3^n + 4n \forall n \geq 2$$
$$a_0 = -2, a_1 = \frac{13}{4}$$

(ج)استخدم الدوال المولدة لحل المسألة التالية :

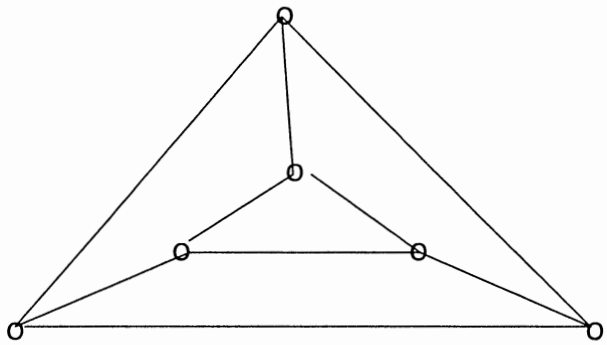
$$a_n = a_{n-1} + 2^{n-1} \forall n \geq 1$$
$$a_0 = 1$$

س(٥)

(أ) إذا كان G رسماً بسيطاً مستوياً فأثبت أن $\chi(G) \leq 5$.

(ب) أثبت أن كثيرة الحدود اللونية لشجرة T عدد رؤوسها n هي $P_T(k) = k(k-1)^{n-1}$.

(ج) إذا كان G هو الرسم التالي فأثبت أن $\chi(G) = 3$ بدون استخدام تلوين G .



(د) جد كثيرة الحدود اللونية للرسم التالي ثم استخدمها لحساب عدده اللوني.