ملاحظة : رتب أجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب الاسئلة.

أقفل كل الجوالات التي معك و سلمها الى المراقب.

١- أثبت أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ متقاربة شرطياً.

٢- جد مفكوك لورانت للدالة $f(z)=\frac{1}{z^3-3z^2+2z}$ في جميع الاطواق الممكنة التي مركزها $z=0$. ثم أحسب $\int_{\gamma} z^{1} f(z)dz$ ، حيث γ هي الدائرة $|z|=3$ بالاتجاه الموجب.

٣- أثبت تفصيلاً أن $\log z_1 z_2 = \log z_1 + \log z_2$. هل صحيح أن $\log z^n = n \log z$ ؟ برر اجابتك.

٤- لتكن $f(z)=z^{1}$. هل يمكن أن تكون f تحليلية على $\mathbb{C}$ ؟ برر الاجابة ثم أحسب جميع قيم $f(1+i)$.

٥- لتكن $f(z)=\frac{e^{z}}{p(z)}$ ، حيث $p(z)$ كثيرة حدود درجتها $n \geq 1$. أثبت تفصيلاً وجود قطب على الاقل للدالة f في $\mathbb{C}$. هل تستطيع تحديد درجة القطب؟

٦- اذا كانت $f(z)=\begin{cases} \frac{\bar{z}^{-2}}{z} & z \neq 0 \\ 0 & z=0 \end{cases}$ ، فأثبت أن f تحقق معادلتي كوشي-ريمان عند $z=0$ و لكنها غير قابلة للاشتقاق هناك.

٧- احسب $\int_{\gamma} \frac{\sinh(z)dz}{(3z-\pi i)^{49}}$ حيث γ هي الدائرة $|z|=2$ بالاتجاه الموجب.

٨- احسب $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

Scanned by CamScanner