الاختبار النهائي 487 ريض الفصل الاول 1441

ملاحظة : رتب اجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب ورود الاسئلة.

اغلق جميع جوالاتك و سلمها الى المراقب.

1- لتكن f تحليلية على المنحنى البسيط المغلق γ و ما يحيط به. لكل z_0 يحيط بها γ و لا تق عليه ، بيِّن أن $\int_\gamma \frac{f'(z)dz}{z-z_0} = \int_\gamma \frac{f(z)dz}{(z-z_0)^2}$.

2- لتكن f دالة متصلة على المجال D بحيث $\int_\gamma f(z)dz = 0$ لكل منحنى مغلق في D . أثبت أن f تحليلية على D .

3- اذا كانت $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ تحليلية على المجال D ، فأثبت أن $u_{xyx}(x,y)$ موجودة و متصلة على D .

4- لتكن $z_n = x_n + iy_n$, $n \geq 1$ متوالية في $\mathbb{C}$. أثبت أن (z_n) من نوع كوشي اذا و فقط اذا كانت كل من (x_n) و (y_n) من نوع كوشي.

5- أوجد مفكوك تيلور للدالة $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$ عند $z = 0$ ثم استخدم وحدانية المفكوك لإيجاد $f^{(30)}(0)$.

6- احسب مفكوك لورانت في جميع الاطواق الممكنة التي مركزها $z = 0$ و ذلك للدالة $f(z) = \frac{z}{z^2 - z - 2}$.

7- استخدم الرواسب لحساب التكامل $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 - 4\cos(2\theta)}$.

8- استخدم الرواسب لحساب التكامل $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx$.