

ملاحظة: رتب أجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب ورود الأسئلة.

١- لتكن $f(z)$ دالة تحليلية غير صفرية على المجال D . أثبت أن أصفار الدالة نقط منعزلة.

٢- ما هي البرهنة الأساسية في الجبر؟ أكتب النص والبرهان.

٣- أكتب الجزء الحقيقي والخيالي للدالة $w = \sin(z)$ ، ثم جد صورة كلاً من المستقيمين

$x = \frac{\pi}{2}$ و $y = 0$ في المستوى w تحت تأثير الدالة.

٤- جد أكبر مجال تكون فيه $f(z) = z^{1+i}$ دالة تحليلية (مع التبرير)، ثم أحسب جميع قيم

$$f\left(\sinh\left(i\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

٥- إذا كانت $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ متقاربة مطلقاً، فاثبت أن المتسلسلة متقاربة. بين من خلال مثال أن العكس

غير صحيح.

٦- احسب مفكوك لوران للدالة $f(z) = \frac{1}{z^2(z-2)}$ في النطاق $0 < |z| < 2$ ، ثم جد قيمة

$$\int_{\gamma} \frac{f(z) dz}{z^2}$$

حيث γ هي الدائرة $|z|=1$ بالاتجاه الموجب.

$$٧- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x) dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$$

جد قيمة

$$٨- \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta}{1+\sin^2\theta}$$

جد قيمة