

لاحظه: رتب أجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب الأسئلة

١- إذا كان  $\alpha$  منحنى بسيط مغلق بالاتجاه الموجب وكانت  $f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha} \frac{f(s)ds}{(s-z)}$  ، فأثبت

$$f'(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha} \frac{f(s)ds}{(s-z)^2}$$

٢- إذا كانت  $f(z)$  تحليلية و محدودة على كل مستوى الاعداد المركبة ، فأثبت أنها لا بد أن تكون ثابتة. أعطِ مثلاً على دالة حقيقية لها مشتقات من جميع الرتب و محدودة على خط الاعداد الحقيقية و لكنها غير ثابتة.

٣- عرف النقط الشاذة المنعزلة لدالة ، ثم صنفها بحسب مفكوك لوران مبيناً الصفة التي يتمتع بها كل نوع و كيفية حساب الراسب لكل منها.

٤- احسب مفكوك لوران للدالة  $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4z + 3}$  في الطوق  $1 < |z| < 3$  .

٥- أثبت أن الدالة  $e^z$  تحليلية في  $\mathbb{C}$ ، ثم جد صورة المستطيل الذي رؤوسه  $(0,0), (1,0), (1,\pi), (0,\pi)$  تحت تأثير الدالة.

٦- جد جميع قيم المقدار  $i^{(1+i)}$  ، ثم أشرح كيف يمكن أن نجعل الدالة  $f(z) = i^z$  تحليلية و ما هي مشتقتها؟

٧- احسب بواسطة الرواسب  $\int_0^{\infty} \frac{\cos(2x)dx}{(x^2+1)^2}$

٨- احسب بواسطة الرواسب  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{4+3\cos\theta}$