**ملاحظة : من الضروري ترتيب اجوبتك حسب ترتيب ورود الاسئلة.**
**أقفل جوالك و سلّمه الى المراقب لحين انتهاء الاختبار**

١- إذا كان $w \neq 1$ جذر وحدة من الرتبة $n$ ، فأثبت أن $\sum_{k=1}^{n-1} w^k = 0$ .

٢- جد صورة قطعة المستقيم $y = x$ ، $0 \leq x \leq 2\pi$ تحت تأثير الدالة $e^z$ .

٣- عرِّف $\cos(z)$ ، ثم أثبت أن $|\cos(z)|^2 = \cos^2(x) + \sinh^2(y)$ .

٤- إذا كانت $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ دالة تحليلية على جميع المستوى المركب و كانت $u(x,y)$ دالة محدودة ، فاثبت أن $f$ دالة ثابتة.

٥- إذا كانت $f$ تحليلية على القرص المفتوح $D(z_0, r)$ فبرهن أن

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}(z - z_0)^n$$

لكل $z$ في القرص.

٦- احسب $\int_{\gamma} \frac{\sinh(z)dz}{(2z - i\pi)^{51}}$ ، حيث $\gamma$ هي الدائرة $|z| = 3$ بالاتجاه الموجب.

٧- جد مفكوك لوران للدالة $f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}$ في الطوق $2 < |z| < 3$ ، ثم استخدم ذلك لإيجاد قيمة التكامل $\int_{\gamma} z^{17} f(z)dz$ ، حيث $\gamma$ مسار بسيط مغلق في الطوق أعلاه و يحيط بنقطة الاصل.

٨- استخدم حساب الرواسب لإيجاد قيمة $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(4x)dx}{x^4 + 4}$ .