

ملاحظة : رتب اجوبتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الاسئلة
أغلق الجوال التي معك و سلمها الى المراقب.

١- لتكن f تحليلية على المجال D بحيث أن $|f(z)|=1$ لكل $z \in D$. أثبت أن f لا بد أن تكون ثابتة.

٢- لتكن f تحليلية على المنحنى البسيط المغلق γ و ما يحيط به ، و لتكن z_0 نقطة يحيط بها γ و لا تقع عليه. استعن بصيغة كوشي التكاملية لإثبات أن

$$f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z) dz}{(z-z_0)^2}$$

٣- احسب جميع قيم المقدار $(-1+\sqrt{3}i)^i$.

٤- جد صيغة $\tan^{-1}(z)$ بدلالة اللوغاريتم ، ثم احسب جميع قيم $\tan^{-1}(2i)$.

٥- أثبت أن $|z_1+z_2| \leq |z_1|+|z_2|$ ، ثم استنتج المتباينة $\|z_1\|-|z_2\| \leq |z_1+z_2|$.

٦- بيّن أن $z=0$ نقطة شاذة زائلة للدالة $f(z) = \frac{z - \sin(z)}{z^3}$ ثم احسب $f^{(20)}(0)$

٧- احسب قيمة $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x) dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$

٨- جد قيمة $\int_{\gamma} \frac{e^z dz}{(z^2+1)^2}$ ، حيث γ هي الدائرة $|z|=2$ بالاتجاه الموجب.