الاختبار النهائي 487 ريض الفصل 1 ، 39-40

ملاحظة : رتب اجابتك في الدفتر بحسب ترتيب الاسئلة

اقفل كل الجوالات التي معك و سلمها الى المراقب.

1- لتكن f دالة تحليلية في القرص المفتوح $D(z_0,r)$ بحيث $f(z_0)=0$ و (z_n) متوالية متقاربة الى z_0 . اذا كانت $z_n \neq z_0$ لكل $n \geq 1$ ،فأثبت استحالة كون $f(z_n)=0$ لكل $n \geq 1$ إلا إذا كانت f صفرية على القرص.

2- أثبت أن $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ متقاربة.

3- بيّن أن للدالة $f(z)=\cos(\frac{1}{z^2})$ نقطة شاذة منعزلة في $z=0$ ،مع تحديد نوعها. ثم احسب $\int_{\gamma} z^{19} f(z)dz$ ،حيث γ هي الدائرة $|z|=1$ بالاتجاه الموجب.

4- لتكن $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ تحليلية وغير ثابتة على $\mathbb{C}$. بيّن ان $e^{f(z)}$ تحليلية على $\mathbb{C}$. استنتج أن الدالة الحقيقية $u(x,y)$ لا يمكن أن تكون محدودة.

5- برهن أن $|\cos(z)|^2=|\cos(x)|^2+|\sinh(y)|^2$. استنتج أن $|\sinh(y)| \leq |\cos(z)| \leq \cosh(y)$.

6- إذا كان $z_n \to l \neq 0$ ،فأثبت أن $1/z_n \to 1/l$.

7- ارسم المجموعة $\{z : \mathrm{Re}\, z^{-1} \geq 1/2\}$ مع التبرير .ثم عيّن مجموعة النقط الحدودية.

8- احسب $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(2x)dx}{x^4+4}$ بواسطة الرواسب.

Scanned by CamScanner