ملاحظة: رتب أجوبتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

١- لتكن f دالة تحليلية على المنحنى البسيط المغلق γ بالاتجاه الموجب و ما يحيط به. أثبت أن لأي نقطة z يحيط بها المنحنى γ، لدينا $f'(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{f(s)ds}{(s-z)^2}$.

٢- إذا كانت f دالة تحليلية غير صفرية على المجال D ، فأثبت أن أصفار الدالة f منعزلة.

٣- أثبت أن الدالة $u(x,y)=x^4-6x^2y^2+y^4$ توافقية على المستوى $\mathbb{R}^2$ ، ثم أحسب المرافق التوافقي لها.

٤- برهن أن $(\cos(\theta)+i\sin(\theta))^n=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$ لكل $n\in\mathbb{N}$. استخدم العلاقة لكتابة $\sin(4\theta)$ بدلالة قوى $\sin(\theta)$ و $\cos(\theta)$.

٥- جد الصيغة القطبية لمعادلتي كوشي ريمان مع الإثبات ، ثم استخدمها لبيان أن الفرع الرئيس للوغاريتم هو دالة تحليلية مع ذكر المجال.

٦- احسب $\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{4+\cos(\theta)}$ باستخدام حساب الرواسب.

٧- استخدم الرواسب لحساب $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(x)dx}{(x^2+1)(x^2+2)}$.

٨- جد مفكوك لوران للدالة $f(z)=\frac{1}{(2z-1)(z+2)}$ في الطوق $|z|>2$ ، ثم جد $\int z^4 f(z)dz$ ، حيث γ هي الدائرة $|z|=3$ بالاتجاه الموجب.