ملاحظة: رتب أجوبتك في الدفتر حسب ترتيب الأسئلة.

يجب إغلاق الجوال و تسليمه للمراقب لحين الانتهاء من الاختبار.

١- جد صورة المستقيم $x=\frac{\pi}{4}$ تحت تأثير الدالة $f(z)=\sin(z)$.

٢- إذا كانت $f(z)$ تحليلية في القرص $D(z_0,r)$ ، فبرهن أن لها مفكوك تيلور حول z_0 .

٣- إذا كانت $f(z)$ تحليلية على القرص $D(z_0,r)$ بحيث $f(z_0)=0$ ، فأثبت إما أن تكون f دالة صفرية أو توجد $\delta>0$ بحيث $f(z)\neq 0$ لكل $0<|z-z_0|<\delta$.

٤- جد مفكوك لوران للدالة $f(z)=\frac{1}{z^2+3z+2}$ في الطوق $|z|>2$ ، ثم استخدم المفكوك لحساب $\int_\alpha \frac{z^4 dz}{z^2+3z+2}$ ، حيث α هي الدائرة $|z|=3$ بالاتجاه الموجب.

٥- إذا اعتبرنا $\log z$ هي مجموعة قيم اللوغاريتم ، فأثبت المساواة: $\log z_1 z_2 = \log z_1 + \log z_2$.

هل صحيح أن $\log z^2 = 2\log z$ ؟ برر إجابتك.

٦- احسب بواسطة الرواسب $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x\, dx}{x^4+4}$.

٧- احسب بواسطة الرواسب $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+\sin^2\theta}$.

٨- ما هي معادلتا كوشي ريمان؟ باعتبار الدالة $f(z)=\begin{cases}\frac{\bar{z}^2}{z} & z\neq 0\\ 0 & z=0\end{cases}$. أثبت أن معادلتي كوشي ريمان متحققتان في $z=0$ و لكن المشتقة $f'(0)$ غير موجودة.