ملاحظة : رتب أجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب الاسئلة

يُمنع الاحتفاظ بالجوال في الاختبار.

1- أوجد أكبر مجال يكون فيه المقدار z^i دالة، ثم أوجد أكبر مجال تكون فيه هذه الدالة تحليلية، مع التبرير و إيجاد المشتقة.

2- أوجد جميع النقط الشاذة للدالة $f(z) = sech(z)$ و بين أنها منعزلة، ثم احسب الراسب عند إحداها.

3- لتكن f متصلة على المجال D . اذا كان $\int_\gamma f(z)dz = 0$ لكل منحنى بسيط مغلق γ داخل D بالاتجاه الموجب، فأثبت أن f تحليلية على D .

4- اذا كانت كل من المتتاليتين (z_n) و (w_n) من نوع كوشي، فأثبت أن $(z_n + w_n)$ من نوع كوشي.

5- بيِّن كيف يمكن أن تثبت ما يلي: اذا كانت f تحليلية على الطوق $D(z_0, r_1, r_2)$ ، فإنه لأي z في الطوق $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n (z - z_0)^n$ حيث $c_n = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(w)dw}{(w - z_0)^{n+1}}$ ، لكل $n \in \mathbb{Z}$ و γ منحنى بسيط مغلق داخل الطوق بالاتجاه الموجب.

6- ما نوع النقطة الشاذة المنعزلة للدالة $f(z) = \frac{\sin(z) - z}{z^6}$ ؟ برر اجابتك ثم أحسب $\int_\gamma f(z)dz$ ، حيث γ هي الدائرة $|z| = 1$ بالاتجاه الموجب.

7- احسب تفصيلاً $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)}$.

8- احسب تفصيلاً $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + \sin(5\theta)}$