عزيزي الطالب : أقفل جميع جوالاتك و سلمها الى المراقب

أجب على جميع الاسئلة التالية ورتب اجابتك في دفتر الاجابة حسب ورود الأسئلة أدناه.
أرجوتجنب تجزيء الاجابة مع الاعتناء بوضوح الخط و عرض الاجابة.

1. أثبت أن $|\sinh z|^2 = \sinh^2 x + \sin^2 y$ لكل عدد مركب z.

2. لتكن f دالة متصلة على المنحنى البسيط γ. بيّن وجود عدد M حيث $|f(z)| \leq M$ لكل z على المنحنى γ ، ثم اثبت بالتفصيل أن $\left|\int_\gamma f(z)dz\right| \leq ML$ حيث L هو طول المنحنى γ .

3. أوجد جميع قيم z الممكنة للمقدار $z = (1-i)^i$.

4. أوجد مفكوك لورانت للدالة $f(z) = z\sinh\left(\frac{1}{z}\right) - 1$ في الطوق $0 < |z| < \infty$ ثم استخدم هذ المفكوك لحساب التكامل $\int_\gamma z^3(z\sinh(\frac{1}{z}) - 1)\,dz$ ، حيث γ هي الدائرة $|z| = 1$ بالاتجاه الموجب.

5. اذا كانت $z_n = x_n + iy_n$ و $\ell = \ell_1 + i\ell_2$ فاثبت أن $z_n \to \ell$ اذا و اذا فقط $x_n \to \ell_1$ و $y_n \to \ell_2$.

6. استخدم مبرهنة كوشي للرواسب لإيجاد قيمة التكامل $\int_\gamma \frac{\cosh(\pi z)}{z(z^2+1)}dz$ حيث γ هي الدائرة $|z| = 2$ بالاتجاه الموجب.

7. لتكن $f(x)$ دالة حقيقية متصلة و زوجية على R. اثبت أن

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = P.V.\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$$

8. استخدم حساب الرواسب لايجاد قيمة التكامل

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2dx}{(x^2+4)(x^2+9)}\,dx$$

Scanned with CamScanner