جامعة الملك سعود
كلية العلوم قسم الرياضيات الإختبار النهائي
الفصل الصيفي 1439 – 1440 هـ 487 ريض الزمن ثلاث ساعات

السؤال الأول

(١). احسب التكامل $\int_{C(0,\frac{1}{2})} \frac{dz}{z^2 - z}$ باستعمال مبرهنة كوشي على الدائرة.

(٢). هل الدالة $f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$ لها دالة أصلية في المجموعة المفتوحة $\Omega = \{z \in \mathbb{C};\ 0 < |z| < 1\}$.

السؤال الثاني

أوجد النقاط الشاذة للدوال التالية و حدد طبيعتها و أوجد راسب الدالة في هذه النقاط :

(١). $\frac{\cosh(2z)}{\cosh z}$

(٢). $\frac{\sin(\pi z)}{(z-1)^3}$

(٣). $\frac{\sinh(\pi z)}{z(z-\mathrm{i})^2}$

(٤). $z^5 \sinh(\frac{1}{z^2})$

السؤال الثالث

أوجد متسلسلة لورانت للدالة $f(z) = \frac{2z}{(z-2\mathrm{i})(z+\mathrm{i})}$ و الدالة $g(z) = \frac{\sin(2z)}{z^3}$
في النطاق $\Omega = \{z \in \mathbb{C};\ 0 < |z| < 1\}$

السؤال الرابع

(١). اعط نص مبرهنة الرواسب للدوال التحليلية

(٢). أوجد قيمة التكاملات التالية باستعمال نظرية الرواسب

ا. $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 + \cos\theta + \sin\theta}$

ب. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x + 2)^2}$،

ج. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2x)}{4 + x^2} dx$،

د. $\int_0^{+\infty} \frac{x \ln x}{(1 + x^2)^2} dx$

Scanned with CamScanner