الاختبار الفصلي الثاني 487 ريض الفصل الاول 1442

ملاحظة : رتب أجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب ورود الاسئلة.

أرجو الاعتناء بالخط و وضوح الاجابة.

تأكد من كتبة اسمك و رقمك الجامعي على الدفتر قبل البدء بالإجابة.

1- أوجد تفصيلاً الجزء الحقيقي و الخيالي للدالة $\cos(z)$ ثم أحسب $|\cos(z)|^2$ بدلالة الدالتين $\cos(x)$ و $\sinh(y)$.

2- أوجد $\tanh^{-1}(z)$ بدلالة اللوغاريتم ثم احسب جميع قيم $\tanh^{-1}(i)$.

3- إذا كانت $z(t)$ دالة متصلة على $[a,b]$ ، فأثبت أن $|\int_a^b z(t)dt| \le \int_a^b |z(t)|dt$.

4- لتكن $f(z)$ دالة تحليلية على المنحنى البسيط المغلق γ بالاتجاه الموجب و ما يحيط به. و لتكن z نقطة يحيط بها γ و لا تقع عليه . أثبت أن

$$f'(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(w)dw}{(w-z)^2}$$

5- إذا كانت $z_n \to l_1$ و $w_n \to l_2$ ، حيث (z_n) و (w_n) متواليتان في $\mathbb{C}$ ، فأثبت أن $z_n w_n \to l_1 l_2$.