

ملاحظة : رتب اجوبتك حسب ترتيب ورود الاسئلة.

أفضل جوالك و سلمه للمراقب لحين انتهاء الاختبار

1- إذا كانت f قابلة للاشتقاق في النقطة z ، حيث $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ ، فأثبت أن

$$f'(z) = e^{-i\theta}(u_r(r, \theta) + iv_r(r, \theta))$$

2- عرّف المقصود بالدالة التوافقية. أثبت أن الدالة $x^4 + y^4 - 6x^2y^2$ توافقية على جميع المستوي

، ثم أحسب المرافق التوافقي لها.

3- أثبت أن $\cos^{-1}(z) = -i \log(z + i(1 - z^2)^{\frac{1}{2}})$ ، ثم احسب جميع قيم $\cos^{-1}(i)$.

4- إذا كانت $z(t)$ تصف مساراً متصلًا في المستوى المركب ، فبرهن أن

$$\left| \int_a^b z(t) dt \right| \leq \int_a^b |z(t)| dt$$

5- أثبت أن $\left| \int_{\gamma} \frac{e^z}{2z^4 + 1} dz \right| \leq 10e^2$ حيث γ هو المستطيل الذي رؤوسه $2+i$ ، $-1+i$ ،

$-1-i$ ، $2-i$ بالاتجاه الموجب.