جامعـــة الملك سعـــود كلية العلـــوم قســـم الرياضيـــات

الفصل الصيفي 1434-1435 هـ/ 487 ريض/ الاختبار الفصلي الثاني /الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأوّل (7 درجات) :

لتكن Γ المسار الممثل وسيطيا كما يلي :

$$z(t)=\begin{cases} t & ;0\le t\le 1 \\ e^{\frac{3\pi}{2}i(t-1)} & ;1\le t\le 2 \\ i\left(t-3\right) & ;2\le t\le 3 \end{cases}$$

(**1**) ارسم هذا المسار Γ موضحا التوجيه.

(**2**) أوجد طول المسار (يمكن حسابه دون اللجوء إلى التكامل).

(**3**) احسب التكامل $\frac{1}{2i}\oint_{\Gamma}\bar{z}\,dz$.

السؤال الثاني (6 درجات)

(**1**) على ماذا ينصّ مبدأ القيمة العظمى للمقياس ؟

(**2**) أوجد القيمة العظمى للمقياس للدالة $f(z)=\frac{e^{z}}{z}$ على الطوق $A=\left\{z\in\mathbb{C}\mid \frac{1}{3}\le|z|\le 1\right\}$.

السؤال الثالث (12 درجة)

(**1**) باستعمال صيغة كوشي التكاملية, بيَن أن $\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{2+\sin\theta}=\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

(**2**) لتكن f دالة كليّة بحيث $|f(z)|\le\sqrt{|z|}$ لكل $z\in\mathbb{C}$. بيَن أن $f\equiv 0$ على $\mathbb{C}$.

(**3**) لتكن f دالة كليّة و لنفترض أنه يوجد عدد حقيقي موجب $M>0$ الذي يحقق لكل $z\in\mathbb{C}$, $\Im m\, f(z)\le M$. برهن أن f هي دالة ثابتة على $\mathbb{C}$.

(*إرشاد : ادرس الدالة* e^{-if}).

و الله ولي التوفيـــــق