تمارين -1-

1.1) مصنع ينتج نوعين من المنتجات ولديه قسمين إنتاجين والطاقة المتاحة لكل قسم في الأسبوع هي 26 ساعة للقسم الأول، 30 ساعة للقسم الثاني ويحتاج المنتج الأول الى 2 ساعة من القسم الأول، 5 ساعات من القسم الثاني وربح الوحدة منه $40
كما يحتاج المنتج الثاني الى 4 ساعات من القسم الأول، 3 ساعات من القسم الثاني وربح الوحدة منه $60

المطلوب صياغة هذه المشكلة في صورة برنامج خطي لتعظيم أرباح المصنع

الهدف: ايجاد برنامج يحقق اكبر ربح للمصنع.
لنفترض ان:
x_1: عدد الوحدات المنتجة اسبوعياً من المنتج الاول.
x_2: عدد الوحدات المنتجة اسبوعياً من المنتج الثاني.

المنتج	الاقسام الانتاجية		ربح الوحدة
	الاول	الثاني	
1	2	5	$40
2	4	3	$60
الساعات المتاحة في كل قسم إنتاجي	26	30	

البرنامج الخطي:

$$Max \quad Z = 40x_1 + 60x_2$$

Constraints:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 26$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1.2) إحدى شركات تصنيع السيارات قررت إنتاج ثلاث أنواع من السيارات للسنه القادمة، سيارة A (صغيرة الحجم) و سيارة B (متوسطة الحجم) و سيارة C (كبيرة الحجم). إنتاج كل نوع من هذه السيارات الثلاث يتطلب كميات مختلفة من الحديد و ساعات الإنتاج وتعطي ربح مختلف، كما يبين الجدول التالي:

نوع السيارة	كمية الحديد (طن/سيارة)	ساعات الإنتاج (ساعة/سيارة)	الربح من بيع السيارة (ريال/سيارة)
سيارة A	1	100	10000
سيارة B	2	125	15000
سيارة C	3	150	20000

يتوفر لدى الشركة للسنة الإنتاجية القادمة 90000 طن حديد و 100000 ساعة إنتاج.

الشركة تريد أن يكون مجموع انتاجها من جميع أنواع السيارات الثلاث على الأقل 50000 سيارة، بحيث أن يكون انتاجها من السيارات من النوع A على الاقل ضعف إنتاجها من كلا النوعين B و C، وأن لا يزيد إنتاجها من السيارات من النوع B عن إنتاجها من النوع C بأكثر من 7500 سيارة.

عند صياغة المسألة بنموذج رياضي خطي، اجب عن مايلي:

1. **متغيرات القرار:**

x_1: عدد السيارات المنتجة للسنه القادمة من النوع A.
x_2: عدد السيارات المنتجة للسنه القادمة من النوع B.
x_3: عدد السيارات المنتجة للسنه القادمة من النوع C.

2. **دالة الهدف:**

الهدف: ايجاد برنامج يحقق اكبر ربح للشركة.

$$Max \quad Z = 10000x_1 + 15000x_2 + 20000x_3$$

3. **النموذج الرياضي:**

$$Max \quad Z = 10000x_1 + 15000x_2 + 20000x_3$$

Constraints:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 90000$$

$$100\,x_1 + 125\,x_2 + 150x_3 \leq 100000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 50000$$

$$x_1 - 2x_2 - 2x_3 \geq 0$$

$$x_2 - x_3 \leq 7500$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1.3) مصنع يقوم بإنتاج نوعين من الأجهزة الكهربائية ولديه ثلاثة أقسام إنتاجية والطاقة الإنتاجية لكل قسم هي 36، 60، 60 على الترتيب ويحتاج المنتج الأول إلى 0.3 ساعة، 1 ساعة، 1.2 ساعة من الأقسام الإنتاجية على الترتيب. أما المنتج الثاني فيحتاج إلى 0.6 ساعة، 0.8 ساعة، 0.4 ساعة من الأقسام الإنتاجية على الترتيب وإذا علمت أن ربح الوحدة من المنتج الأول 20$ ومن المنتج الثاني هي 50$

المطلوب صياغة هذه المشكلة في صورة برنامج خطي لتعظيم أرباح المصنع

الهدف: ايجاد برنامج يحقق اكبر ربح للمصنع.

لنفترض ان:

x_1: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الاول.

x_2: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الثاني.

المنتج	الاقسام الإنتاجية			ربح الوحدة
	الاول	الثاني	الثالث	
1	0.3	1	1.2	20$
2	0.6	0.8	0.4	50$
الساعات المتاحة في كل قسم إنتاجي	36	60	60	

البرنامج الخطي:

$$Max \quad Z = 20x_1 + 50x_2$$

Constraints:

$$0.3x_1 + 0.6x_2 \leq 36$$

$$x_1 + 0.8x_2 \leq 60$$

$$1.2x_1 + 0.4x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1.4) تفكر إحدى الشركات الصناعية الكيمائية في تسويق منتجها الجديد الذي يتمثل في خلطة وزنها 500 كيلوجرام وتقتضي شروط الجودة ألا تتضمن الخلطة ما يزيد عن 400 كيلوجرام من العنصر الأول و أن تتضمن هذه الخلطة على الأقل 200 كيلوجرام من العنصر الثاني فإذا علمت أن تكلفة الكيلو جرام من العنصر الأول $5 ومن العنصر الثاني $8

المطلوب: صياغة هذه المشكلة في صورة برنامج خطي لتخفيض التكاليف

الهدف: ايجاد برنامج يخفض تكاليف الشركة.

لنفترض ان:

x_1: كمية المادة المضافة بالكيلوجرام من العنصر الاول الى خلطة المنتج الجديد.

x_2: كمية المادة المضافة بالكيلوجرام من العنصر الثاني الى خلطة المنتج الجديد.

البرنامج الخطي:

$$Min \quad Z = 5x_1 + 8x_2$$

Constraints:

$$x_1 \leq 400$$

$$x_2 \geq 200$$

$$x_1 + x_2 = 500$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1.5) أحد التجار يقوم بشراء السيارات المستعملة من الكويت (1) ، قطر (2) والإمارات (3) ومن ثم يقوم ببيعها في السعودية. هذا التاجر قرر القيام برحلة تجارية في تلك البلدان الثلاثة، ولديه المعلومات التالية حول توفر السيارات المستعملة في تلك الدول والربح المتحصل من بيعها:

	عدد السيارات المستعملة التي يتم شراؤها في **يوم واحد**	صافي الربح من بيع كل مجموعة من السيارات التي يتم شراؤها في **يوم واحد**
1. الكويت	20	40000
2. قطر	10	30000
3. الإمارات	15	60000

التاجر من خبرته في السوق وضع عددا من القيود:

- أن تكون المدة التي يقضيها في الرحلة تساوي **100 يوم**
- أن يشتري على الأقل **1000 سيارة** مستعملة خلال هذه الرحلة التجارية.
- أن لا يزيد عدد السيارات التي يشتريها من الإمارات **عن مجموع** السيارات التي يشتريها من كلا من **الكويت و قطر**.
- أن يقضي **على الأقل نصف مدة** الرحلة في كلا من **الإمارات و قطر**.

الهدف: ايجاد برنامج يحقق اكبر ربح للتاجر.

متغيرات القرار:

x_i: عدد الأيام التي يقضيها التاجر في كل بلد i ={ 1:الكويت، 2:قطر، 3:الامارات}

$$Max \quad Z = 40000x_1 + 30000x_2 + 60000x_3$$

Constraints:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 100$$

$$20x_1 + 10x_2 + 15x_3 \geq 1000$$

$$20x_1 + 10x_2 - 15x_3 \geq 0$$

$$x_2 + x_3 \geq 50$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

H.W

1.6) تنتج شركة ما 3 مواد بحيث تمر هذه المواد في ثلاثة مراحل إنتاجية وتحتاج المادة الأولى إلى 1 ساعة، 3 ساعات، 1 ساعة من المراحل الإنتاجية الثلاثة على الترتيب بينما تحتاج المادة الثانية إلى 2 ساعة من المرحلة الأولى و4 ساعات من المرحلة الثانية، والمادة الثالثة إلى 1 ساعة من المرحلة الأولى و2 ساعة من المرحلة الثانية وقد كانت الساعات المتاحة لكل مرحلة هي 430، 460، 420 على الترتيب فإذا علمت أن ربح الواحدة من المواد الثلاثة هي 3$، 2$، 5$ على الترتيب

المطلوب صياغة هذه المشكله في صورة برنامج خطي لتعظيم أرباح الشركة.

1.7) مصنع ينتج سلعتين تحتاج كل منها إلى ثلاثة أقسام إنتاجية لغرض تصنيعها والجدول التالي يوضح الوقت المتاح لكل قسم إنتاجي وكذلك ربح الوحدة

نوع السلعة	القسام الإنتاجية			ربح الوحدة
السلعة 1	10	8	3	40
السلعة 2	7	8	14	35
الساعات المتاحة في كل قسم إنتاجي	39	18	45	

المطلوب صياغة هذه المشكله في صورة برنامج خطي لتعظيم أرباح المصنع