بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر أسس الرياضيات (131 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1443هـ
الاختبار الفصلي الثاني

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [14 درجة]

(أ) إذا كان $f: A \to B$ تطبيقاً، فمتى نقول أن f تطبيق محايد؟

(ب) متى نقول عن تطبيقين f و g إنهما متساويان ($g = f$) ؟

(ج) "نعلم أنه إذا كان $f: A \to B$ تقابلاً، فإن: $f^{-1}: B \to A$ هو تقابل أيضاً." والمطلوب ما يلي:

(1) هل $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$ ؟ مع التبرير.

(2) املأ الفراغ: $B_1, B_2 \in B \Rightarrow f^{-1}(B_1 \cap B_2) = \{\ldots\ldots \mid \ldots\ldots\}$

(د) متى نقول إن S مجموعة قابلة للعد؟

(هـ) أثبت أن: $\mathbb{Z}^-$ قابلة للعد.

السؤال الثاني: [11 درجة]

(أ) أثبت أن النظام $(\mathbb{Z}_m, \odot)$ تجميعي، حيث $\odot$ معرفة كما يلي:

$$\forall\, \bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{Z}_m : \ \bar{x} \odot \bar{y} = \overline{xy}$$

(ب) إذا أعطيت النظام $(\mathbb{Z}_{13}^*, \odot)$ ، فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $(\bar{3})^4 = \ldots\ldots\ldots$

(2) $(\bar{6})^{-1} = \ldots\ldots\ldots$

(3) $\bar{6} \odot \bar{x} = \bar{4} \Rightarrow \bar{x} = \ldots\ldots\ldots$

(ج) إذا كان $f: (\mathbb{Z}, +) \to (\mathbb{Z}_7, \oplus)$ تطبيقاً ، حيث $f(x) = \bar{x}$ فأثبت أن f تشاكل غامر.

نسأل الله لكم التوفيق والسداد