بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار النهائي في المقرر ٣٤٣ ريض
الفصل الدراسي الأول ١٤٤١ هـ الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

س ١ : إذا كانت $G = \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_5^*$ ، فأجب عما يأتي :

(أ) أملأ الفراغات الآتية :

(i) $|G| = \ldots$ (ii) $\langle (2,4) \rangle = \{\ldots\} \ni (2,4) \in G$

(iii) $|\langle (2,4) \rangle| = \ldots$ (iv) $\frac{G}{\langle (2,4) \rangle} = \{\ldots\}$

(v) $\ldots = |\langle (2,2) \rangle|$ (vi) $\ldots \cong Aut(\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_5)$.

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :

[1] $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_9 \cong \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ [2] $\langle (0,2) \rangle \lhd G$ [3] $|\langle (0,2) \rangle| = 4$

[4] $G \cong \mathbb{Z}_{24}$ [5] $G = \langle (1,2) \rangle$ [6] $\mathbb{Z}_6 \cong \mathbb{Z}_7^*$.

س ٢ : (أ) اكتب نص « عكس مبرهنة لاغرانج »

(ب) إذا كانت G زمرة بسيطة رتبتها 2520 ، فأثبت بالتفصيل أن G لا تملك زمرة جزئية H رتبتها 420 .

(جـ) هل فقرة (ب) تكفي كبرهان على صحة نص الفقرة (أ)؟ ولماذا؟

س ٣ : لتكن $G = S_n$ و $S = \{1, 2, \ldots, n\}$ ، حيث $n \in \mathbb{N}$ ، فأجب عما يأتي :

(أ) أملأ الفراغات الآتية :

[1] عدد أصناف الترافق في G يساوي ... [2] $G_x = \{\sigma \in G \mid \ldots\} = \ldots$

[3] $\{\ldots \mid \ldots\} = x\,G = \{\ldots \mid \ldots\}$ مدار x [4] $S_6 = \{\ldots \mid \ldots\}$ ، $(\sigma \in G)$

[5] $|Inn(\langle \sigma \rangle)| = \ldots$ [6] $A_n = \{\ldots \mid \ldots\}$ ،

(ب) أثبت أن : $G_x \leq G = S_n$.

س ٤ : (أ) اكتب نص كل من :

(١) مبرهنة سيلو الأولى (٢) مبرهنة سيلو الثانية (٣) مبرهنة سيلو الثالثة .

(ب) أثبت ، بدون استخدام اختبار الدليل ، أنه لا توجد زمرة بسيطة G رتبتها 204 .

نسأل الله لكم التوفيق