بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 3 ساعات
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1443هـ
الاختبار النهائي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [12 درجة]

إذا كانت $G = U_{23}$ ، فأجب عما يلي:

(أ) املأ الفراغات الآتية:

(1) $U_{23} = \{ \dots\dots\dots\dots \}$ **(2)** $3^{-1} = \dots\dots$

(3) $2^9 = \dots\dots$ **(4)** $3x = 5 \Rightarrow x = \dots\dots$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(1) G **لا تملك زمرة جزئية رتبتها** 11 .

(2) G **تملك زمرة جزئية رتبتها** 4 .

(3) G **زمرة غير بسيطة.**

(4) $G \cong \mathbb{Z}_{22}$

السؤال الثاني: [8 درجات]

(أ) أكتب نص كل من:

(1) تعميم مبرهنة كيلي. **(2) مبرهنة اختبار الدليل.**

(ب) وظف الفقرة (أ) في اثبات صحة ما يلي:

إذا كانت G **زمرة بسيطة رتبتها** 360 **فإنها لا تملك زمرة جزئية رتبتها** 90 .

(ج) أعط مثالاً واحداً فقط لزمرة بسيطة إبدالية رتبتها أكبر من 50 **وأقل من** 60 .

السؤال الثالث: [20 درجة]

إذا كانت $g = (g_1, g_2, g_3) \in G = \mathbb{Z}_{13}^* \times \mathbb{Z}_{12} \times S_{10}$ **، حيث:**

$$g_1 = 5\,;\quad g_2 = 4\,;\quad g_3 = \sigma = (1,2,4)(2,5,3)(6,10,7)(7,8,9)(1,2,5)$$

فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب σ **كحاصل ضرب تبديلات منفصلة.**

(ب) املأ الفراغات الآتية:

(1) $|g_1| = \dots\dots$ **(2)** $|g_2| = \dots\dots$ **(3)** $|\sigma| = \dots\dots$

(4) $|g| = \dots\dots$ **(5)** $e = \dots\dots$ **(6)** $g^{-1} = (\dots\dots)$

(7) $< g > \cong \dots\dots$ **(8)** $Aut(< g >) \cong \dots\dots$ **(9)** $\sigma \dots\dots \mathbb{A}_{10}$

(10) $|N(\sigma)| = \dots\dots$ **(11)** $C_\sigma = \dots\dots$ **(12)** $|G| = \dots\dots$

(ج) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(1) توجد زمرة جزئية دائرية في S_{10} **رتبتها** 21 .

(2) توجد زمرة سيلوجزئية في G **من النوع** 2 **ورتبتها** 2^{12} .

(3) إن $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_7 \ncong \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_7$

(4) إن $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_4 \cong \mathbb{Z}_{40}$

نسأل الله لكم التوفيق والسداد