بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 4 ساعات

مقرر 343 ريض
الفصل الدراسي الثاني 1441هـ
الاختبار النهائي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [13 درجة]

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(أ) إذا كانت G منتهية وكان $a \in G$ رتبته n ، فإن :

$$|x^{-1}ax| = n \ , \ \forall \ x \in G$$

(ب) لا توجد زمرة بسيطة G رتبتها 2952 .

(ج) إذا كانت G منتهية وكان $g, h \in G$ ، وعرفنا تطبيقاً $\varphi_g : G \to G$ كما يلي:

$$x\,\varphi_g = g\,x\,g^{-1}$$

فإن:

$$\varphi_{gh} = \varphi_g \ \varphi_h$$

(د) $\exists \ H, K \leq \mathbb{A}_9 \ni |H| = |K| = 10 \wedge H \ncong K$

(هـ) $\exists \ S_n \ni |Z(S_n)| > 1 \wedge n \geq 3$

(و) إن: $Aut(\mathbb{Z}_{10}) \cong Aut(\mathbb{Z}_{12})$

السؤال الثاني: [7 درجات]

(أ) أعط مثالاً واحداً فقط لزمرة بسيطة G ، حيث:

$$Z(G) = G$$

(ب) إذا كانت $G = \mathbb{Z}_p \times U_p \times S_p$ ، فاملأ الفراغ الآتي بدلالة p :

$$|G| = \ ...$$

(ج) إذا كانت $G = S_8$ ، فأوجد $H \leq G$ ، بحيث $H \cong D_{15}$ أي أن:

$$H = \langle x, y : x^2 = y^{15} = (1) \wedge x^{-1}yx = y^{-1} \rangle$$

أسأل الله لكم التوفيق والسداد