جامعة الملك سعود قسم الرياضيات

اختبار 1 : 316 ريض الفصل الثالث 1445

السؤال الأول

من بين الدوال التالية

$$x^{\frac{1}{3}}, \quad \frac{1}{1+x^2}, \quad e^{-x}$$

حدد الدوال التي تنتمي الي الفضاء

$$L^2(0,\infty)$$

واحسب قياس كل منها

لسؤال الثاني

إثبت ان متتالية الدوال التالية

$$f_n(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ n^2 & 0 < x \leq \frac{1}{n^2} \\ 0, & \frac{1}{n^2} < x \leq 1 \end{cases}$$

تتقارب نقطيا من الدالة الصفرية دون ان تتقارب من نفس الدالة بالنسبة للقياس التالي

$$||f|| = (\int_0^1 f(x)^2 dx)^{1/2}.$$

ا لسؤال الثالث

حدد المعاملات a, b **في الدالة**

$$a\ cos(x) + b\ sin(x)$$

للحصول علي أفضل تقريب في $L^2(\ 0, 2\pi\ )$ **للدالة** $f(x) = x^2 + x$.