

السؤال 1 :

1. أوجد قيمة النهاية التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin\left(\frac{kt}{n}\right)$ ، حيث $t \in \mathbb{R}$.

2. ادرس تقارب التكاملات المعتلة التالية.

$$\int_0^{+\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx \quad (\text{ج})$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x(1+x)} dx \quad (\text{ا})$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x} + \cos x} dx \quad (\text{ب})$$

السؤال 2 :

1. اعط مبرهنة آبل لمتسلسلة الأعداد الحقيقية $\sum_{n \geq 0} a_n b_n$.

2. ادرس تقارب المتسلسلات التالية

$$\sum_{n \geq 1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (\text{ج})$$

$$\sum_{n \geq 0} \frac{(\sqrt{n} + 1)^3}{(n + 2)^3} \quad (\text{ا})$$

$$\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n} \quad (\text{ب})$$