جامعة الملك سعود

كلية العلوم	قسم الرياضيات	الإختبار الفصلي الأول
الفصل الأول 1443 هـ	481 ريض	الزمن ساعة ونصف

السؤال 1 :

1. أثبت أن كل دالة تزايدية $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ قابلة لتكامل ريمان.
2. أوجد قيمة النهاية التالية: $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n} \tan^{-1}\left(\frac{k}{n}\right)$ ، حيث $t \in \mathbb{R}$.
3. أثبت أن التكامل المعتل $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ غير متقارب مطلقا.

السؤال 2 :

1. ادرس تقارب التكاملات المعتلة التالية.

$$\text{(ا)} \quad \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}(1+x)} dx$$

$$\text{(ب)} \quad \int_0^{1} \frac{\ln(1-x)}{x^{\frac{3}{2}}\sqrt{1-x}} dx$$

السؤال 3 :

لتكن $f_n(x) = \frac{x^n}{1+nx^{2n}}$ لكل $x \in \mathbb{R}$ و $n \in \mathbb{N}$.

1. أوجد مجال التقارب البسيط للمتتالية $(f_n)_n$.
2. ادرس التقارب المنتظم للمتتالية $(f_n)_n$ على الفترتين $[0, 1]$ و $[2, +\infty[$.

السؤال 4 :

ادرس تقارب متتاليات الدوال $(f_n)_n$ حيث $f_n(x) = \frac{2^n x}{1+n2^n x^2}$.

احسب $\lim_{n\to+\infty} \int_0^1 f_n(t)dt$ و $\int_0^1 \lim_{n\to+\infty} f_n(t)dt$.