

السؤال 1 :

أوجد قيمة النهايات التالية:

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2}, \quad 2. \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{j=1}^{2n} \frac{1}{n+j}$$

السؤال 2 :

ادرس تقارب التكاملات المعتلة التالية:

$$1. \int_0^{+\infty} \sin(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx, \quad 2. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + |\ln x|)}$$

السؤال 3 :

لتكن $f_n(x) = \frac{(x+1)^n - 1}{(x+1)^n + 1}$ معرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

- أوجد مجال التقارب البسيط للمتتالية $(f_n)_n$.
- ادرس التقارب المنتظم للمتتالية $(f_n)_n$ على كل فترة مغلقة و محدودة في مجال التقارب.

السؤال 4 :

لتكن $\alpha \in \mathbb{R}, f_n(x) = \begin{cases} n^\alpha x(1-nx) & \text{if } 0 \leq x < \frac{1}{n} \\ 0 & \text{if } \frac{1}{n} \leq x \leq 1 \end{cases}$

ادرس التقارب البسيط والتقارب المنتظم للمتتالية $(f_n)_n$ حسب قيمة α على الفترة $[0, 1]$.