حل الإختبار الفصلي الأول الفصل الأول 1445 هـ 481 ريض

السؤال 1 :

.1

$$\begin{aligned}\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{2^n}\frac{k^3}{2^{4n}} &= \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2^n}\sum_{k=1}^{2^n}\frac{k^3}{2^{3n}}\\ &= \int_0^1 x^3dx=\frac{1}{4}.\end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned}\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{3n}{n^2+k^2} &= \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{3}{1+\frac{k^2}{n^2}}\\ &= \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx=\frac{\pi}{4}.\end{aligned}$$

السؤال 2 :

1. بجوار 1، $\frac{1}{\sqrt{|x-1|\,(x^2+4)}}\le\frac{1}{\sqrt{|x-1|}}$ وبالتالي يكون التكامل متقارب بجوار 1.

   بجوار ∞، $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{|x-1|\,(x^2+4)}}=1$ وبالتالي يكون التكامل متقارب

2. بجوار 0، $\lim_{x\to 0}\frac{x^{\frac{3}{4}}\ln x}{\sqrt{x}(1+x)}=0$ وبالتالي يكون التكامل متقارب بجوار 0.

   بجوار ∞، $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{\frac{5}{4}}\ln x}{\sqrt{x}(1+x)}=0$ وبالتالي يكون التكامل متقارب

السؤال 3 :

درس التقارب البسيط والتقارب المنتظم للمتتاليات التالية:

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$، $f_n(\frac{1}{n}) = \frac{1}{2}$، إذًا التقارب غير منتظم.
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = 0$, $x \in [0,1]$. $f_n(x) = x^n(1-x^n)$,
3. $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+nx}$, $x \in [0,1]$.

السؤال 4 :

1. إذا كانت متتالية $(f_n)_n$ من الدوال المعرفة على فترة I ومتقاربة نحو دالة f.
اعط نص المبرهنة حتى تكون الدالة f قابلة للإشتقاق على الفترة I.
2. لتكن $f_n(x) = (1+x^n)^{\frac{1}{n}}$, $x \in [0,2]$.
ادرس التقارب المنتظم للمتتالية $(f_n)_n$ و ادرس اشتقاق الدالة $f = \lim\limits_{n\to+\infty} f_n$