

الفصل الثاني 1438/1439 هـ
الزمن: 3 ساعات
الدرجة:

الإسم:
الرقم الجامعي:
رقم الشعبة:

1. أجب في المكان المخصص للإجابة 2. استخدم خلف الورقات كمسودات دون نزع الورقات

الجزء الأول (8 درجات): اختر الإجابة الصحيحة: (درجة لكل سؤال)

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8
الإجابة	د	ج	د	ب	ب	ج	ج	أ

س1) العبارة التقريرية $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ متكافئة منطقياً:

(أ) p (ب) q (ج) $p \wedge q$ (د) $\neg(p \wedge q)$

س2) المكافئ العكسي للتقرير "إذا كان $x \geq 2$ أو $y \geq 3$ فإن $x^2 + y^2 \geq 4$ " هو:

(أ) إذا كان $x < 2$ أو $y < 3$ فإن $x^2 + y^2 < 4$
(ب) إذا كان $x < 2$ و $y < 3$ فإن $x^2 + y^2 < 4$
(ج) إذا كان $x^2 + y^2 < 4$ فإن $x < 2$ و $y < 3$
(د) إذا كان $x^2 + y^2 < 4$ فإن $x < 2$ أو $y < 3$

س3) مجال العلاقة R المعرفة على المجموعة $A = \{0, 1, 3, 4, 6\}$ بالقاعدة: $a R b \Leftrightarrow a - b = 1$ هو

(أ) \emptyset (ب) A (ج) $\{1, 3, 6\}$ (د) $\{1, 4\}$

س4) إذا كانت العلاقة S المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة بالقاعدة: $a S b \Leftrightarrow (a + b) \geq 0$ فإن S هي

(أ) تناظرية و متعدية (ب) تناظرية وغير متعدية (ج) علاقة ترتيب جزئي (د) علاقة تكافؤ.

س5) إذا علمت أن القاعدة: $x T y \Leftrightarrow 3 | (x + 2y)$, تعرف علاقة تكافؤ على $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ فإن فصل

التكافؤ [1] هو:

(أ) $\{1\}$ (ب) $\{-2, 1\}$ (ج) $\{-2, 1, 2\}$ (د) $\{-2, -1, 1, 2\}$

س6) إذا كانت f و g دالتين بوليتين فإن $(f' + g')$ و $(f + g)'$ تساوي:

(أ) g (ب) 1 (ج) f' (د) 0

س7) إذا كان G رسماً منتظماً من نوع r ذو 6 رؤوس و 12 ضلع فإن r يساوي:

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5

س8) عدد أضلاع الرسم المتمم لـ $K_{8,12}$ يساوي:

(أ) 94 (ب) 96 (ج) 98 (د) 100

(درجتان)

(أ) دون استخدام جدول الصواب, اثبت أن: $(p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv p \vee q$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv (\neg p \vee q) \rightarrow q$$

$$\equiv \neg(\neg p \vee q) \vee q$$

$$\equiv (p \wedge \neg q) \vee q$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (q \vee \neg q) \equiv (p \vee q) \wedge T$$

$$\equiv (p \vee q)$$

(ب) لتكن $S = \{(b,a); (b,c); (c,a)\}$ علاقة معرفة على المجموعة $A = \{a,b,c\}$. فجد:

(درجة)

- الإغلاق الانعكاسي لـ S :

$$\rho(S) = S \cup I_A$$

$$\rho(S) = \{(b,a); (b,c); (c,a); (a,a); (b,b); (c,c)\}$$

(درجة)

- الإغلاق التناظري لـ S :

$$\sigma(S) = S \cup S^{-1}$$

$$\sigma(S) = \{(b,a); (b,c); (c,a); (a,b); (c,b); (a,c)\}$$

(درجتان)

- الإغلاق المتعدي لـ S :

$$\tau(S) = S \cup S^2 \cup S^3$$

$$S = \{(b,a); (b,c); (c,a)\}$$

بما أن $S^2 = \{(b,a)\} \subset S$ فإن S متعدي

$$\tau(S) = S \text{ و بالتالي}$$

س2) لتكن R العلاقة المعرفة على المجموعة $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ بالقاعدة: $a R b \Leftrightarrow a = 2b$.
 بيّن فيما إذا كانت R علاقة انعكاسية، تناظرية، مخالفية، متعدية؟

(4 درجات)

R ليست انعكاسية لأنها لا تحتوي على العلاقة القهريّة

$$1 R 1$$

R ليست تناظرية لأن $2 R 1$ لكن $1 \not R 2$

R مخالفية لأن $a R b$ فإن $a = 2b$ وفي $b = 2a$ فإن $a = 4b$ و $b = a = 0$

R ليست متعدية لأن $4 R 2$ لكن $2 R 1$ و $4 \not R 1$

(درجة ونصف)

س3) (أ) اكتب الدالة البولية $f(x, y, z) = x + yz$ على شكل CSP.

$$f = x + yz = x(y+y')(z+z') + (x+x')y'z$$

$$f = xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z$$

$$\boxed{CSP(f) = xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z}$$

(درجة ونصف)

(ب) اكتب الدالة البولية $g(x, y, z) = x'y + xz'$ على شكل CPS.

$$CPS(g) = (CSP(g'))'$$

$$g' = (x'y + xz')' = (x+y')(x'+z)$$

$$= xx' + xz + x'y' + y'z$$

$$g' = x(y+y')z + x'y'(z+z') + (x+x')y'z$$

$$g' = xyz + xy'z + x'y'z + x'y'z' + x'y'z + x'y'z$$

$$CSP(g') = xyz + xy'z + x'y'z + x'y'z'$$

$$\boxed{CPS(g) = (x'+y'+z')(x'+y+z')(x+y+z')(x+y+z')}$$

س4) لتكن f دالة بولية ممثلة بشكل كارنو المقابل :

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy	0	0	1	0
xy'	0	1	1	0
$x'y'$	0	1	1	0
$x'y$	1	1	1	1

(أ) أوجد شكل MSP للدالة f . (درجة واحدة)

$$MSP(f) = z'w' + x'y + y'w'$$

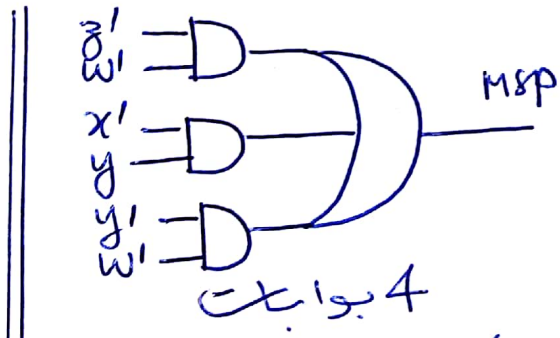
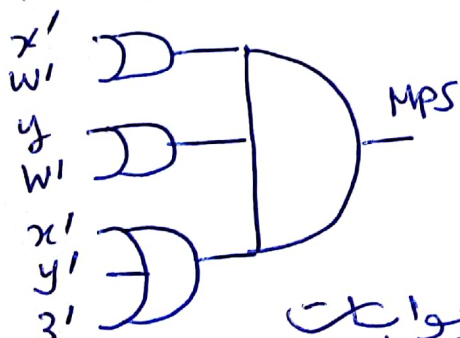
(ب) أوجد شكل MPS للدالة f . (درجة واحدة)

$$MPS(f) = (MSP(f'))'$$

$$MSP(f') = xw + y'w + xy'z$$

$$MPS(f) = (x' + w') \cdot (y + w') \cdot (x' + y' + z')$$

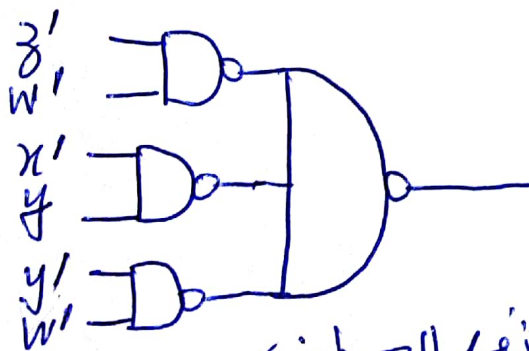
(ج) صمم شبكة عطف و فصل أصغرية مخرجها الدالة f . (درجة واحدة)



كلاهما شبكة عطف و فصل أحسن لأنهما نفس عدد البوابات
 (د) صمم شبكة منطقية مخرجها الدالة f باستخدام بوابات نفي العطف فقط. (درجة واحدة)

$$MSP(f) = [(z'w' + x'y + y'w')']'$$

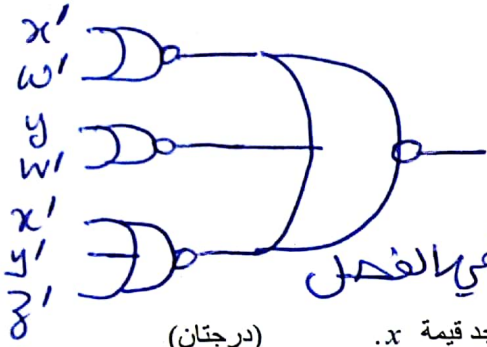
$$= [(z'w') \cdot (x'y)' \cdot (y'w')']'$$



شبكة نفي العطف

(هـ) صمم شبكة منطقية مخرجاها الدالة f باستخدام بوابات نفي الفصل فقط.

(درجة واحدة)



$$MPS(f) = \left[(x' + w') (y + w') (x' + y' + z') \right]'$$

$$MPS(f) = \left[(x' + w')' + (y + w')' + (x' + y' + z')' \right]'$$

شبكة نفي الفصل

س(5) (أ) إذا كان عدد أضلاع الرسم G هو 9 و درجات رؤوسه $x, x, 1, 3, x$. فأوجد قيمة x . (درجتان)

$$\text{نُعلم أن } \sum_{x \in V(G)} \deg x = 2|E(G)| \Rightarrow 1 + 3 + x + x = 2 \times 9$$

$$4 + 2x = 18 \Rightarrow 2x = 14 \text{ و بالتالي } x = 7$$

(ب) هل يمكن أن يكون رسم ذو 8 رؤوس و 18 ضلعا منتظما؟ علل إجابتك. (درجة ونصف)

لا، نفترض أنه يوجد رسم G ذات 8 رؤوس و 18 ضلع

و منتظم من نوع r عندئذ $\frac{8r}{2} = 18$ يعني $r = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$ (سدر صحيح)

(درجتان)

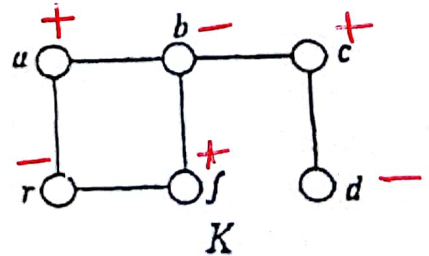
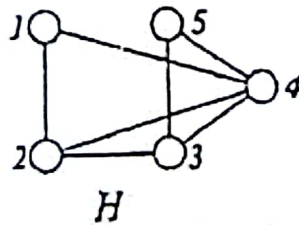
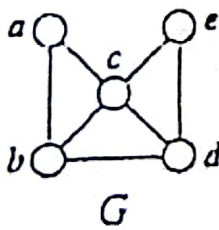
(ج) جد عدد أضلاع الرسم المتمم للرسم $K_{4,7}$.

$$\text{نُعلم أن } |E(K_{4,7})| + |E(\bar{K}_{4,7})| = |E(K_{11})| = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

$$|E(\bar{K}_{4,7})| = 55 - 28 = 27 \Rightarrow 28 + |E(\bar{K}_{4,7})| = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

و بالتالي عدد أضلاع الرسم المتمم للرسم $K_{4,7}$ هو 27.

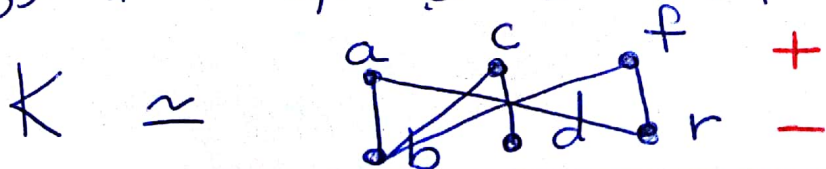
(س6)



(أ) بين فيما إذا كان K الرسم الموضح في الشكل أعلاه ثنائي التجزئة أم لا، وإذا كان ثنائي التجزئة فأوجد تمثيلاً ثنائي التجزئة له.

(درجتان)

نعم، K هو ثنائي التجزئة لأنه لا يوجد على دورة فردية.



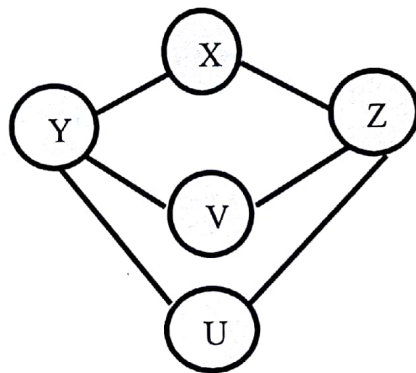
(ب) بين فيما إذا كان الرسمان G و H الموضح في الشكل أعلاه متماثلان أم لا؟ و علل إجابتك. (درجتان)

نعم، $G \cong H$ لأنه يوجد تطابق تماثل f

$\chi_{EV}(G)$	a	b	c	d	e
$\chi_{EV}(H)$	1	2	4	3	5

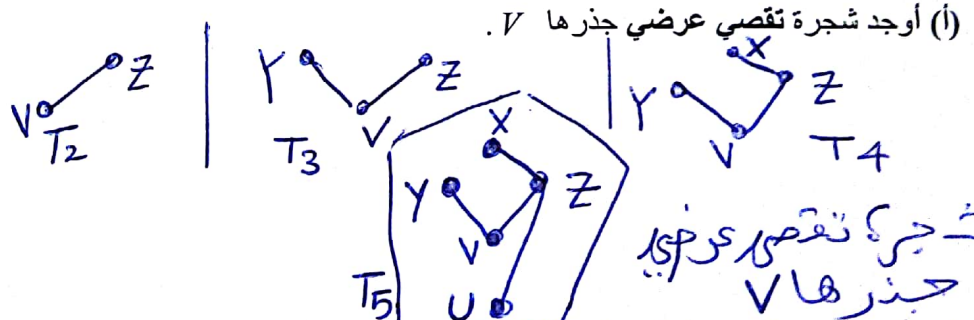
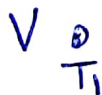
س7) إذا كانت T شجرة درجات رؤوسها هي $1, 1, 1, 1, 3, d$. فأوجد قيمة d . (درجة ونصف)

بما أن T شجرة ذات 6 رؤوس فإن عدد أحوالها 5. كذلك نعلم أن $\sum_{n \in EV(T)} \deg n = 2|E(T)|$ فإن $1+1+1+1+3+d = 2 \times 5$ $\Rightarrow 4+3+d = 10 \Rightarrow d = 3$



س8) ليكن H الرسم التالي:

(درجة ونصف)



(درجة ونصف)

