جامعة الملك سعود
King Saud University

الوقت: ساعة ونصف.

الاختبار الشهري الثاني للمقرر 151 ريض للفصل الثاني 1439/1438 هـ

السؤال الأول (12 درجة):

(أ) لتكن R العلاقة المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ كما يلي:
$m\ R\ n \Leftrightarrow 3$ يقسم العدد $(4m-n)$.

(i) اثبت أن R علاقة تكافؤ. (3 درجات)
(ii) أوجد $[0]$. (درجة)

(ب) لتكن $S=\{(a,a),(a,c),(b,a),(c,b)\}$ علاقة معرفة على المجموعة $A=\{a,b,c\}$
أوجد كلًا من الإغلاق التناظري و الإغلاق المتعدي لـ S . (3 درجات)

(ج) لتكن $T=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,2),(3,3),(4,4)\}$ علاقة معرفة على المجموعة $E=\{1,2,3,4\}$.

(i) اثبت أن T علاقة ترتيب جزئي. (3 درجات)
(ii) هل T علاقة ترتيب كلي ؟ (برّر إجابتك). (درجة)
(iii) أوجد شكل هاس للعلاقة T . (درجة)

السؤال الثاني (5 درجات):

(أ) ليكن B جبرا بوليا و ليكن $x,y \in B$. أثبت أن :
$x+y=xy$ إذا وفقط إذا كان $x=y$. (3 درجات)

(ب) اكتب الدالة البولية $f(x,y,z)=(x+yz')(xy'+z)$ على شكل CSP . (درجتان)

السؤال الثالث (8 درجات):

لتكن $g(x,y,z)=x'z'+yz'+xyz+xy'z$ دالة بولية.

(i) أوجد شكل كارنو لـ g . (درجة)
(ii) اكتب الدالة g على شكل MSP . (درجتان)
(iii) اكتب الدالة g على شكل MPS . (درجتان)
(iv) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها الدالة g . (درجة)
(v) صمم شبكة مخرجها الدالة g باستخدام بوابات نفي العطف فقط. (درجة)
(vi) صمم شبكة مخرجها الدالة g باستخدام بوابات نفي الفصل فقط. (درجة)

Scanned by CamScanner

تصحيح الاختبار الشهري الثاني الأربعاء 1 ثانوي
للفصل الثاني 1438 / 1439 هـ

السؤال الأول (12 درجة)

(أ) (i) R انعكاسية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m \in \mathbb{Z}$

(1) $3 \mid (4m-m) = 3m$ و بالتالي $m R m$

R تناظرية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m, n \in \mathbb{Z}$

و نفترض أن $m R n$ فإن $3 \mid (4m-n)$ يعني

$4m - n = 3k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

$16m - 4n = 12k$

$4n - 16m = -12k$

(1) $4n - m = 15m - 12k = 3(5m-4k) = 3L$

و بالتالي $3 \mid (4n-m)$

إذن $n R m$.

R متعدية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m, n, p \in \mathbb{Z}$

و نفترض أن $m R n$ و $n R p$ فلنثبت أن $m R p$

(1) $4m - n = 3k \Rightarrow 3 \mid (4m-n)$ يعني $m R n$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

(2) $4n - p = 3k' \Rightarrow 3 \mid (4n-p)$ يعني $n R p$ حيث $k' \in \mathbb{Z}$

بالجمع $4m - n + 4n - p = 3(k+k')$

(1) $4m - p = 3(k+k'-n) = 3X$ حيث $X \in \mathbb{Z}$

إذن $3 \mid 4m-p$ يعني $m R p$.

بما أن R انعكاسية، تناظرية ومتعدية فإن R علاقة تكافؤ على $\mathbb{Z}$.

(ب) $[0] = \{ m \in \mathbb{Z} / m R 0 \}$

$= \{ m \in \mathbb{Z} / 3 \mid 4m \}$

$= \{ m \in \mathbb{Z} / 4m = 3k \ (k \in \mathbb{Z}) \}$

$= \{ m \in \mathbb{Z} / m = 3(k-m) \}$

(1) $= \{ \ldots, -6, -3, 0, 3, 6, \ldots \}$

Scanned by CamScanner

(ب) الانغلاق التناظري.

$\sigma(S) = S \cup S^{-1}$

① $\sigma(S) = \{(a,a); (a,c); (b,a); (c,b); (c,a); (a,b); (b,c)\}$

الانغلاق التعدي

$\tau(S) = S \cup S^2 \cup S^3$

$S = \{(a,a); (a,c); (b,a); (c,b)\}$

$S^2 = \{(a,a); (a,c); (a,b); (b,a); (b,c); (c,a)\}$

$S^3 = \{(a,a); (a,c); (a,b); (b,a); (b,c); (c,a); (b,b); (c,c)\}$

②

$T(S) = \{(a,a); (a,c); (b,a); (c,b); (b,b); (a,b); (b,c); (c,a); (c,c)\} = A \times A$

(ج) (i) T انعكاسية على E لأنها تحتوي على العلاقة القطرية I_E

① $I_E = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4)\}$

① T تخالفية على E لأن كل زوج عناصر له ظلين.

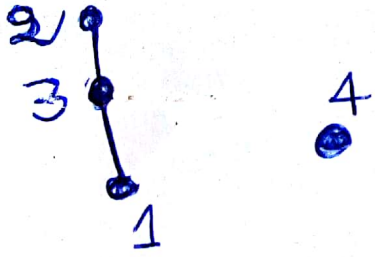
① T متعدية على E لأن

① $T \circ T = \{(1,1); (1,2); (1,3); (2,2); (3,2)\} \subset T$

فنستنتج أن T هي علاقة ترتيب جزئي على E.

① (ii) T ليس علاقة ترتيب كلي لأنها لا تتمتع بخاصية المقارنة $3 \not\leq 4$ و $4 \not\leq 3$

(iv)



①

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني (5 درجات)

(أ) "$\Rightarrow$" إذا كان $x = y$ فإن $x+y = x+x = x$

و $xy = x.x = x$

(0,5) و بالتالي $x+y = xy$

"$\Leftarrow$" لدينا $x+y = xy$ فإن

$x+x+y = x+xy$

(1) قاعدة الامتصاص $x+y = x$

الآن لدينا $x+y = xy$ فإن

(1) $x+y+y = xy+y$

(2) $x+y = y$

(0,5) ونستنتج أن $x = y$

(ب) $xx = x$; $yy' = 0$; $zz' = 0$

$$f = (x+yz')(xy'+z)$$

$$f = xy' + xz + 0 + 0$$

$$= xy'(z+z') + x(y+y')z$$

$$= xy'z + xy'z' + xyz + xy'z$$

(2) $\boxed{Csp(f) = xy'z + xy'z' + xyz}$ و بالتالي

السؤال الثالث (8 درجات)

(أ)

$$g = x'z' + yz' + xyz + xy'z$$

$$= x'(y+y')z' + (x+x')yz' + xyz + xy'z$$

$$= x'yz' + x'y'z' + xyz' + x'yz' + xyz + xy'z$$

$$\boxed{Csp(g) = x'yz' + x'y'z' + xyz' + xyz + xy'z}$$

Scanned by CamScanner

(1)

	yz	$y'z$	$y'z'$	yz'
x	1	1	0	1
x'	0	0	1	1

(2)

$$Msp(g) = xz + xy + x'z' \quad \text{(ii)}$$

$$Msp(g') = x'z + xy'z' \quad \text{(iii)}$$

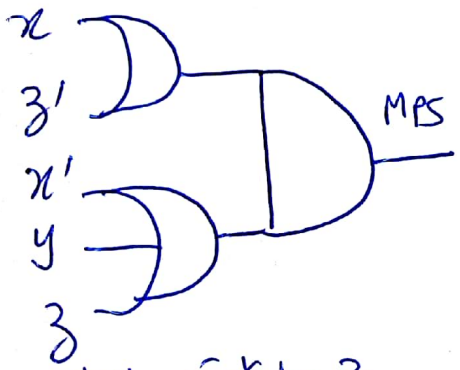
$$Mps(g) = (Msp(g'))'$$

(2)

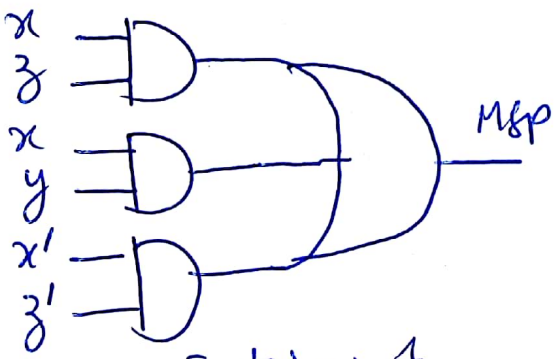
$$\boxed{Mps(g) = (x+z') \cdot (x'+y+z)}$$

(iv)

(1)



3 بوابات وبالتالي تشبكة كطفرفوفل أصغر

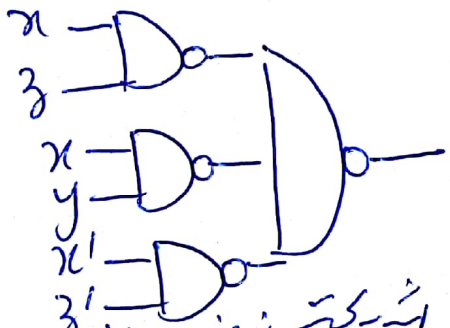


4 بوابات

$$Msp(g) = \left[(xz + xy + x'z')'\right]' \quad \text{(v)}$$

$$Msp(g) = \left[(xz)' \cdot (xy)' \cdot (x'z')'\right]'$$

(1)

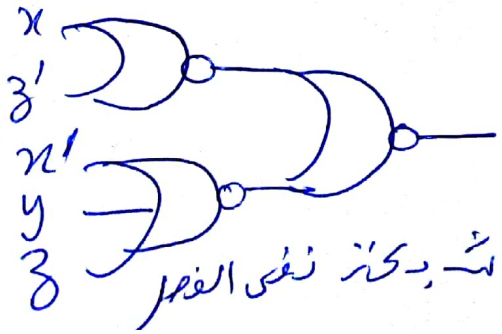


تشبكة نفي العطف

$$Mps(g) = \left[\left((x+z')(x'+y+z)\right)'\right]' \quad \text{(vi)}$$

$$Mps(g) = \left[(x+z')' + (x'+y+z)'\right]'$$

(1)



تشبكة نفي الفصل

Scanned by CamScanner