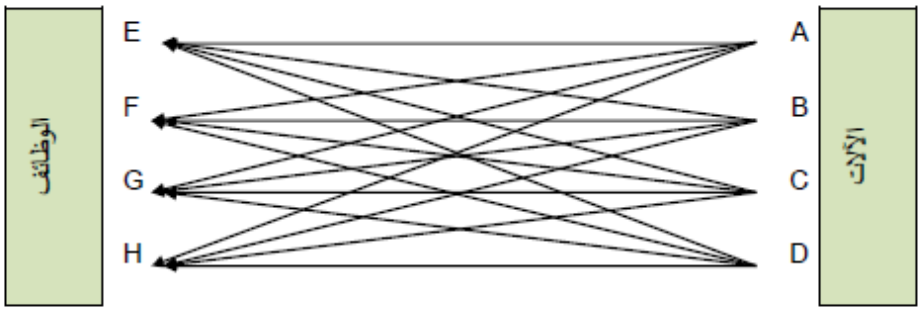
# مسألة التخصيص

معظم المؤسسات التي تقوم بإنجاز المشاريع تعاني من مشاكل تخصيص الموارد البشرية و المادية. لذلك جاءت مسألة التخصيص لحل تلك المشكلة.

مسألة التخصيص بشكل عام هي عملية توزيع المهام بشكل جيد و بأقل التكاليف أو توزيع المهام للحصول على أعلى أرباح أي أن مسألة التخصيص لا تهتم فقط بإيجاد الحل الأمثل بأقل التكاليف إنما في بعض الأحيان تستخدم لإيجاد الحل الأمثل في تعظيم الأرباح و بداية سنوضح هذه المسألة بشكل توضيحي لفهم الحالة .

لنفرض أنه لدينا أربع آلات A, B, C, D مختلفة ولكن تستطيع كل واحد منهم إنجاز أي واحدة من المهام الأربع الموكلة لها و هي E,F,G,H. و لكن تكاليف إنجاز المهمة تختلف من آلة إلى آلة أخرى و بالتالي يمكننا تمثيل العلاقة بالشكل:



## 1- مسألة التخصيص في حال التكلفة الدنيا :

و سنقوم في هذا الفصل بطرح المشكلة و طريقة حلها عبر الأمثلة و ذلك للتوضيح و بشكل مباشر.

**مثال 7-1:**

ليكن لدينا ثلاث آلات تغليف و هذه الآلات A, B, C من أنواع مختلفة و تقوم بتغليف ثلاث أنواع من المواد الغذائية D, E, F و كانت تكلفة التغليف لكل مكنة مع كل منتج مختلفة و بالدراسة المالية التحليلية للتكاليف تبين أن قيمة التكاليف تعطى بالجدول التالي :

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 5 | 7 | 3 |
| B | 4 | 6 | 4 |
| C | 3 | 4 | 5 |

و السؤال هنا ما هو أفضل تخصيص للآلات بحيث تتحمل الشركة أقل تكاليف ممكنة للتغليف و تشغيل الآلات الثلاث و بمعنى أخرى ما هي الآلة التي ستقوم بتغليف الصنف D و الآلة التي ستقوم بتغليف الصنف E و الآلة التي ستقوم بتغليف الصنف F؟

## 1-2- الطريقة الثانية : الطريقة الهنغارية في حال التكلفة الدنيا

و هذه الطريقة ابتكرها العام كوهن و يمكننا تلخيصها كما يلي :

1- نأخذ أقل تكلفة من كل صف و نطرحها من ذلك الصف.

2- نأخذ أقل تكلفة من كل عمود و نطرحها من ذلك العمود.

3- نحصل على جدول جديد يحوي مجموعة من القيم الصفرية .

4- نقوم بتقطير الأصفار في الأعمدة و الأسطر بأقل عدد ممكن من الأقطار فإذا كان عدد الإطارات الأفقية أو العمودية مساوٍ لعدد الآلات أو أصناف التغليف نكون قد حصلنا على الأمثل.

5- أما في حال كان عدد الإطارات أقل من عدد الآلات بالتالي فإنه لا يمكننا التخصيص بالتالي نقوم باختيار أصغر قيمة من القيم غير المتواجدة في الأقطار و نطرحها من جميع القيم غير المتواجدة في الأقطار و نضيفها إلى نقاط التقاطع للأطر.

**مثال 7-2 :**

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 5 | 7 | 3 |
| B | 4 | 6 | 4 |
| C | 3 | 4 | 5 |

أوجد حل المسألة المثال 7-1 بالطريقة الهنغارية:

- أقل قيمة في السطر الأول هي 3 نطرحها من الرقمين 5 و 7
- أقل قيمة من السطر الثاني هي 4 نطرها من الرقمين 4 و 6
- أقل قيمة من السطر الثالث هي 3 نطرحها من الرقمين 4 و 5

فنحصل على الجدول التالي:

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 2 | 4 | 0 |
| B | 0 | 2 | 0 |
| C | 0 | 1 | 2 |

- أقل قيمة في العمود الأول هي 0
- أقل قيمة في العمود الثاني هي 1 نطرها من الرقمين 2 و 4
- أقل قيمة في العمود الثالث هي 0 .

فنحصل على الجدول التالي:

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 2 | 3 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 |
| C | 0 | 0 | 2 |

و بالتقطير نلاحظ :

إن عدد الأقطار يساوي عدد الآلات و بالتالي نكون حصلنا على الحل الأمثل و هو على الشكل:

نلاحظ أنه في الصف الأول يوجد صفر وحيد (A,F) و بالتالي نخصص الآلة A لتغليف الصنف F و بالتالي فإن التكلفة هي : 3. نقوم بإلغاء السطر و العمود .

في الصف الثاني بعد الشطب يصبح لدينا صفر وحيد (B,D) و بالتالي نخصص الآلة B لتغليف الصنف D و بالتالي فإن التكلفة هي : 4 نقوم بإلغاء السطر و العمود .

في الصف الأخير هنالك صفر وحيد (C,E) و بالتالي نخصص الآلة C لتغليف الصنف E و بالتالي فإن التكلفة هي :4

و بالتالي فإن الحل الأمثل للتكلفة الدنيا هي :Z=3+4+4=11

**مثال 7-3 :**

أوجد حل مسألة التخصيص التالية بالطريقة الهنغارية.

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 15 | 3 | 11 |
| B | 9 | 11 | 7 |
| C | 13 | 5 | 7 |

- أقل قيمة في السطر الأول هي 3 نطرحها من الرقمين 11 و 15
- أقل قيمة من السطر الثاني هي 7 نطرها من الرقمين 9 و 11
- أقل قيمة من السطر الثالث هي 5 نطرحها من الرقمين 7 و 13

فنحصل على الجدول التالي:

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 12 | 0 | 8 |
| B | 2 | 4 | 0 |
| C | 8 | 0 | 2 |

- أقل قيمة في العمود الأول هي 2 نطرحها من القيمتين 12 و 8
- أقل قيمة في العمود الثاني هي 0
- أقل قيمة في العمود الثالث هي 0 .

فنحصل على الجدول التالي:

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 10 | 0 | 8 |
| B | 0 | 4 | 0 |
| C | 6 | 0 | 2 |

و بالتقطير نلاحظ :

إن عدد الأقطار لا يساوي عدد الآلات و بالتالي : نختار أصغر رقم من خارج الإطارين و هو الرقم 2. نطرحه من جميع الأرقام التي خارج الإطارين و نضيفها إلى نقاط التقاطع للأطر فنحصل على الجدول التالي:

| الأنواع / الآلات | D | E | F |
|---|---|---|---|
| A | 8 | 0 | 6 |
| B | 0 | 6 | 0 |
| C | 4 | 0 | 0 |

بالتقطير نلاحظ :

عدد القطر مساوي لعدد الآلات و بالتالي فإننا نكون حصلنا على الحل الأمثل و هو على الشكل:

نلاحظ أنه في الصف الأول يوجد صفر وحيد (A,E) و بالتالي نخصص الآلة A لتغليف الصنف E و بالتالي فإن التكلفة هي : 3. نقوم بإلغاء السطر و العمود .

في الصف الأخير هنالك صفر وحيد (C,F) و بالتالي تخصص الآلة C لتغليف الصنف F و بالتالي فإن التكلفة هي :5 نقوم بإلغاء السطر و العمود.

في الصف الثاني بعد الشطب يصبح لدينا صفر وحيد (B,D) و بالتالي تخصص الآلة B لتغليف الصنف D و بالتالي فإن التكلفة هي : 9.

و بالتالي فإن الحل الأمثل للتكلفة الدنيا هي :Z=3+5+9=17

**ملاحظة :**

في حال كان عدد الأسطر لا يساوي عدد الأعمدة أي عدد الآلات لا يساوي أصناف التغليف فإننا نلجأ إما لإضافة سطر وهمي أو عمود وهمي حسب الحالة و تكون جميع التكاليف فيه مساوية للصفر ثم يتم إيجاد الحل حسب الطريقة .

**مثال 7-4:**

أوجد حل مسألة التخصيص بالطريقة الهنغارية بالتكلفة الدنيا:

| الأنواع / الآلات | E | F | G |
|---|---|---|---|
| A | 5 | 7 | 3 |
| B | 4 | 4 | 4 |
| C | 3 | 6 | 5 |
| D | 5 | 6 | 4 |

**الحل :**

بما أن عدد الأسطر أربعة و عدد الأعمدة ثلاثة فإننا نقوم بإضافة عمود وهمي جميع تكاليفه مساوية للصفر لتصبح مسألة التخصيص بالشكل:

| الأنواع / الآلات | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|
| A | 5 | 7 | 3 | 0 |
| B | 4 | 4 | 4 | 0 |
| C | 3 | 6 | 5 | 0 |
| D | 5 | 6 | 4 | 0 |

- أقل قيمة في السطر الأول و الثاني و الثالث و الرابع هي صفر فيبقى الجدول كما هو عليه .
- أقل قيمة في العمود الأول هي 3 نطرحها من باقي القيم.
- أقل قيمة في العمود الثاني هي 4 نطرحها من باقي القيم
- أقل قيمة في العمود الثالث هي 2 نطرحها من باقي القيم
- في العمود الرابع جميع القيم أصفار

فنحصل على الجدول التالي:

| الأنواع / الآلات | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|
| A | 2 | 3 | 0 | 0 |
| B | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C | 0 | 2 | 2 | 0 |
| D | 2 | 2 | 1 | 0 |

في الصف الأخير هنالك صفر وحيد (D,H) و بالتالي نخصص الآلة D لتغليف الصنف H بالتالي فإن التكلفة هي :0 نقوم بإلغاء السطر و العمود.

نلاحظ أنه في الصف الأول يوجد صفر وحيد (A,G) و بالتالي نخصص الآلة A لتغليف الصنف G و بالتالي فإن التكلفة هي : 3، نقوم بإلغاء السطر و العمود .

في الصف الثاني بعد الشطب يصبح لدينا صفر وحيد (B,F) و بالتالي نخصص الآلة B لتغليف الصنف F و بالتالي فإن التكلفة هي : 4،

في الصف الثالث بعد الشطب يصبح لدينا صفر وحيد (C,E) و بالتالي نخصص الآلة C لتغليف الصنف E و بالتالي فإن التكلفة هي : 3،

و بالتالي فإن الحل الأمثل للتكلفة الدنيا هي :Z=0+3+4+3=10