جامعة الملك سعود – كلية العلوم – قسم الرياضيات – الفصل الأول للعام الدراسي ١٤٢٥/١٤٢٦

الأمتحان النهائي لمقرر ٤٣٤ ريض

س١ (أ) كم عدد المتتاليات من الطول 5 المأخوذة من المجموعة $\{0,1,2,\ldots,9\}$ والتي تحوي عدداً فردياً من الأصفار؟ (٣ درجات)

(ب) كم عدد الحلول الصحيحة الغيرسالبة للمتباينة $X_1 + X_2 \le 20$ إذا كانت $3 \le X_2 \le 10, 6 \le X_1$ ؟ (٣ درجات)

(ج) أثبتي أن $P_2(n) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ لأي عدد صحيح موجب n. (٣ درجات)

(د) أثبتي أن عدد تجزئات العدد الصحيح الموجب n إلى أعداد كل منها فردي يساوي عدد تجزئات n إلى أعداد مختلفه. (إرشاد: يمكن إثبات ذلك بإيجاد الدالة المولدة للعدد الأول والدالة المولدة للعدد الثاني ثم إثبات تساويهما.) (٣ درجات)

س٢ (أ) أوجدي علاقة أرتدادية للمتتالية (a_n) وشروطها الأبتدائية إذا كانت a_n ترمز إلى عدد الكلمات من الطول n التي تحتوي على النسق 11 و المكونه من المجموعة $\{0,1,2\}$. (٣ درجات)

(ب) أثبتي أن $S(n,n-2) = \binom{n}{3} + 3\binom{n}{4}$ لأي عدد صحيح $n \ge 4$. (٣ درجات)

(ج) يستطيع ربوت أن يتحرك إلى الأمام بخطوات كل منها متران أو ثلاثة أمتار. إذا كانت a_n ترمز لعدد الطرق اللتي يقطع بها الربوت مساراً طوله n متراً. جدي علاقة ارتدادية للمتتالية (a_n) و أوجدي الشروط الأبتدائية. (٣ درجات)

(د) أوجدي الدالة المولدة لعدد الحلول الصحيحة غير السالبة للمعادلة $X_1 + 5X_2 + X_3 + 5X_4 + 5X_5 = 30$ إذا كانت $X_2 > 0, X_3 \ge 6, X_4 > 0$ ، ثم أوجدي عدد الحلول. (٣ درجات)

(هـ) أثبتي أن عدد أضلاع الرسم ثنائي التجزئة $G = (X \cup Y, E)$ يساوي $\sum_{v \in X} \deg(v)$. (٣ درجات)

س٣ (أ) أثبتي أنه إذا كانت T شجرة عدد رؤوسها n ، فإن عدد أضلاعها $n-1$. (٣ درجات)

(ب) إذا كان $G = (V,E)$ رسماً مترابطاً فأثبتي أن $|E| \ge |V| - 1$. (إرشاد: يمكن إثبات ذلك بإستخدام الفقرة (أ)). (درجتان)

(ج) أعط مثالاً لرسم ليس شجرة $G = (V,E)$ يحقق $|E| = |V| - 1$. (درجة واحدة)

(د) كم عدد أضلاع متممة الرسم $K_{m,n}$ ؟ (درجة واحدة)

س٤ (أ) إذا كان G رسماً مستوياً مترابطاً عدد رؤوسه v وعدد أضلاعه e و طول أقصر دورة فيه هي k ، فأثبتي أن

$$e \le \frac{k}{k-2}(v-2)$$

. (٣ درجات)

(ب) أثبتي أنه إذا كان G رسماً مستوياً مترابطاً عدد رؤوسه v وعدد أضلاعه e, فإن $e \le 3v - 6$. (إرشاد: يمكن إثبات ذلك بإستخدام الفقرة (أ)). (درجتان)

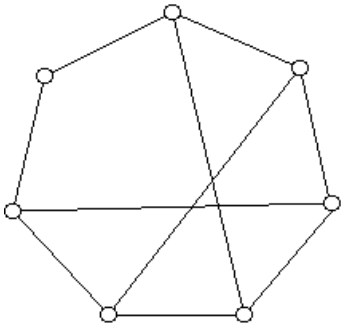
(ج) أثبتي أن الرسم $K_{3,3}$ غير مستوي. (إرشاد: يمكن إثبات ذلك بإستخدام الفقرة (أ)). (درجتان)

(د) هل الرسم G في الشكل أدناة مستوي؟ مع ذكر السبب. (درجتان)

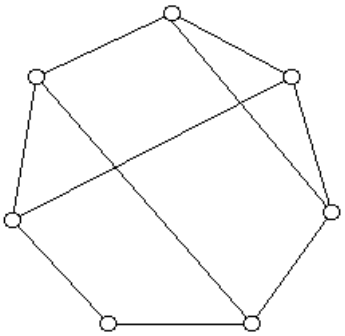
(هـ) هل الرسم $G \cong H$ في الشكل أدناة؟ مع ذكر السبب. (درجتان)

(و) أوجدي $\gamma(H)$ في الشكل أدناه مع ذكر السبب. (درجتان)

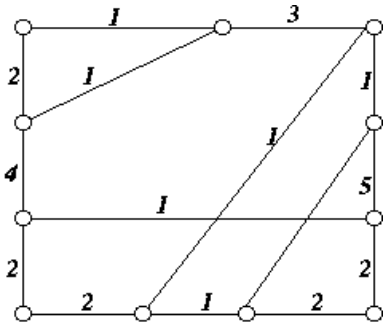
(ز)مستخدمة خوارزمية بريم، جدي شجرة مولدة أصغريه للرسم الموزون K أدناه ثم اوجدي وزنها. (٣ درجات)



G



H



K