جامعة الملك سعود
كلية العلوم- قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول
فى المقرر 151 ريض

الفصل الثاني 1438/1437هـ
الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول

أ- أوجد جدول صواب العبارة: $(\neg p \to r) \vee (p \wedge \neg q)$. (3 درجات)

ب- بدون استخدام الجداول، أثبت ما يلي: $p \to (q \wedge p) \equiv (p \to q)$. (3 درجات)

السؤال الثاني

أ- لتكن m, n, l أعدادًا صحيحة . استخدم طريقة البرهان بالمكافئ العكسي لإثبات ما يلي:
"إذا كان $m.n = l$ فإن $m \geq 0$ أو $n \geq 0$ أو $l \geq 0$". (درجتان)

ب- إذا علمت أن $\sqrt{5}$ عدد غير كسري، فاستخدم طريقة البرهان بالتناقض لإثبات أن: $\frac{\sqrt{5}-3}{2}$ عدد غير كسري. (3 درجات)

السؤال الثالث

أ- استخدم الاستقراء الرياضي لإثبات أن " $2n^2 - 3n - 8 > 0$ " لكل عدد صحيح $n \geq 3$.
(3 درجات)

ج- لتكن $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ متتالية معرفة كما يلي:

$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$ و $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}}{3}$ لكل عدد صحيح $n \geq 4$.

أثبت أن $1 \leq a_n \leq 3$ لكل عدد صحيح $n \geq 1$. (4 درجات)

السؤال الرابع

أ- لتكن R علاقة على $A = \{2,3,4,5,6\}$ معرفة كما يلي: $aRb \Leftrightarrow a.b \leq 10$.

1- اكتب العلاقة R كمجموعة أزواج مرتبة. (درجة)
2- أوجد كلا من مجال ومدى العلاقة R. (درجة)
3- مثّل العلاقة R برسم موجّه. (درجة)

ب- لتكن $S = \{(u,v), (v,x), (x,y), (y,u)\}$ علاقة على $B = \{u, v, x, y\}$.

1- مثّل العلاقة S بمصفوفة. (درجة)
2- أوجد العلاقة S^2. (درجة)
3- أوجد العلاقة SoS^{-1}. (درجتان)

الفصل الأول
1437-1438هـ
د. ابرهان

تصحيح الاختبار الفصلي الأول في المقرر 151 ريض

السؤال الأول (6 درجات)

(أ) : 3

p	q	r	¬p	¬q	¬p→r	p∧¬q	A
T	T	T	F	F	T	F	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	F	T
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F	F	F

$A: (\neg p \to r) \vee (p \wedge \neg q)$

(ب) 3

$p \to (q \wedge p) \equiv \neg p \vee (q \wedge p)$ 0,5

$p \to (q \wedge p) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee p)$ 1,5

$p \to (q \wedge p) \equiv (\neg p \vee q) \wedge T$ 0,5

$\equiv \neg p \vee q \equiv p \to q$ 0,5

السؤال الثاني (5 درجات)

(أ) المكافئ العكسي للعبارة هو: "إذا كان $m<0$ و $n<0$ و $l<0$ فإن $mn \neq l$" 1

الاثبات: نفترض أن $m<0$ و $n<0$ فإن $mn>0$ لأن $l<0$ وبالتالي $mn \neq l$. 1

(ب) نفترض أن $x=\frac{\sqrt{5}-3}{2}$ هو عدد كسري 1

وبالتالي $\sqrt{5} = 2x+3$ ونعلم أن حاصل جمع كسريين هو عدد كسري

وبالتالي $\sqrt{5}$ هو عدد كسري وهذا يتناقض مع المعطى 1

أن $\sqrt{5}$ هو عدد غير كسري. 1

السؤال الثالث (7 درجات)

(أ) نضع $P(n):\ 2n^2-3n-8>0$

. خطوة الأساسية: $n=3$. $2\times 3^2-3\times 3-8=1>0$ لذا $P(3)$ صائب. 0,5

. خطوة الاستقراء: نأخذ $k\geq 3$. نفترض أن $P(k)$ صائب (يعني لدينا $2k^2-3k-8>0$) ولنثبت صحة $P(k+1)$ ($2(k+1)^2-3(k+1)-8 \overset{?}{>} 0$) 1

$$2(k+1)^2-3(k+1)-8 = 2(k^2+2k+1)-3k-3-8$$
$$=(2k^2-3k-8)+4k+2-3$$
$$=2k^2-3k-8+(4k-1)>0$$ 4,5

لأن $2k^2-3k-8>0$ و $4k-1>0$ (لدينا $k\geq 3$ فإن $4k-1\geq 11$)

من خلال المبدأ الأول نستنتج أن $P(n)$ صائب لكل $n\geq 3$.

ب) نضع $P(n) : 1 \le a_n \le 3$

• خطوة الأساسية:

$n=1$: بما $1 \le a_1 = 1 \le 3$ فان $P(1)$ صائب

$n=2$: $1 \le a_2 = 2 \le 3$ فان $P(2)$ صائب

$n=3$: بما أن $1 \le a_3 = 3 \le 3$ فان $P(3)$ صائب

0,5 + 0,5 + 0,5

• خطوة الاستقراء: نأخذ $k \ge 3$. نفترض أن $P(4), \ldots, P(k)$ جميعها صائبة فلنثبت صحة $P(k+1)$ (يعني $1 \le a_{k+1} \le 3$?) 0,5

نعلم أن $a_{k+1} = \frac{1}{3}(a_k + a_{k-1} + a_{k-2})$ 0,5

وبما أن $P(k)$ صائب فان لدينا $1 \le a_k \le 3$

كذلك $P(k-1)$ " " $1 \le a_{k-1} \le 3$ بالجمع 0,5

أيضا $P(k-2)$ " " $1 \le a_{k-2} \le 3$

نجد أن: $3 \le a_k + a_{k-1} + a_{k-2} \le 9$ وبالتالي $1 \le a_{k+1} \le 3$. 1

من خلال المبدأ الثاني للاستقراء الرياضي: لكل $n \ge 1$; $1 \le a_n \le 3$

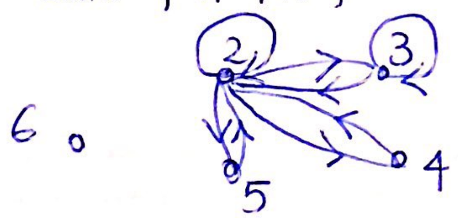
السؤال الرابع (7 درجات)

أ) ① $R = \{(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(3,2);(3,3);(4,2);(5,2)\}$ 1

② مجال R هو $D_R = \{2,3,4,5\}$ 0,5

مدى R هو $ImR = \{2,3,4,5\}$ 0,5

③ 1



ب) ① المصفوفة S هي

$$M_S = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccc} u & v & x & y \end{array} \\ \begin{array}{c} u \\ v \\ x \\ y \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$ 1

② $S = \{(u,v);(v,x);(x,y);(y,u)\}$

$S^2 = S \circ S = \{(u,x);(v,y);(x,u);(y,v)\}$ 1

③ $I_B = S \circ S^{-1} = \{(u,u);(v,v);(x,x);\ldots\}$ 2