د/برهان

الاختبار الشهري الأول للمقرر 151 ريض للفصل الثاني 1437-1438 هـ	كلية علوم الحاسب والمعلومات فرع المزاحمية جامعة الملك سعود King Saud University
الزمن : ساعة و نصف. الدرجة :	الإسم : .... الرقم الجامعي : ....

السؤال الأول (6 درجات):

(1) اثبت أن : $(p \to q) \to \neg p \equiv p \to \neg q$. (3 درجات)

0,5 $$(p \to q) \to \neg p \equiv \neg (p \to q) \vee \neg p$$

0,5 $$\equiv \neg (\neg p \vee q) \vee \neg p$$

0,5 $$\equiv (p \wedge \neg q) \vee \neg p$$

0,5 $$\equiv (p \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee \neg p)$$

0,5 $$\equiv T \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

0,5 $$\equiv \neg p \vee \neg q \equiv p \to \neg q$$

(2) بدون استخدام الجداول, اثبت أن : $[\neg p \wedge (p \vee q)] \wedge \neg q$ هي تناقض. (3 درجات)

1 $$[\neg p \wedge (p \vee q)] \wedge \neg q \equiv (\neg p \wedge \neg q) \wedge (p \vee q)$$

1 $$\equiv \neg (p \vee q) \wedge (p \vee q)$$

1 $$\equiv \neg A \wedge A$$

$$\equiv F$$

السؤال الثاني (3 درجات): بيّن فيما إذا كانت التقارير التالية صائبة أم خاطئة و علل إجابتك.

(أ) لكل عدد حقيقي x يكون $x^2-4x+4\geq 0$. (درجة و نصف)

صائبة، لأن $x^2-4x+4=(x-2)^2\geq 0$ (0,5) (1)

(ب) يوجد عدد صحيح x بحيث $x^2+3x+2=0$. (درجة و نصف)

صائبة، خذ $x=-1$ أو $x=-2$ (0,5) (1)

السؤال الثاني (11 درجة):

(1) جد العكس, المعاكس و المكافئ العكسي للعبارة التالية :" إذا كان $a+b=0$ و $a>0$ فإن $b<0$ " (3 درجات)

- العكس: إذا كان $b<0$ فإن $a+b=0$ و $a>0$. (1)
- المعاكس: إذا كان $a+b\neq 0$ أو $a\leq 0$ فإن $b\geq 0$. (1)
- المكافئ العكسي: إذا كان $b\geq 0$ فإن $a+b\neq 0$ أو $a\leq 0$. (1)

(2) أثبت أن "إذا كان n عددا فرديا فان $(2n^2+n+1)$ هو عدد زوجي ." (3 درجات)

(0,5) نأخذ n عدد فردي فان $n=2k+1$ حيث k عدد صحيح

$$2n^2+n+1=2(2k+1)^2+(2k+1)+1$$
$$=2(4k^2+4k+1)+2k+2$$
$$=8k^2+8k+2+2k+2$$
$$=8k^2+10k+4$$
$$=2(\underbrace{4k^2+5k+2})$$
$$=2X$$

(2)

(0,5) و بالتالي $(2n^2+n+1)$ زوجيا

(3) لتكن a و b أعداد صحيحة موجبة. استخدم **طريقة البرهان بالمكافئ العكسي** لاثبات ما يلي:
" إذا كان $(a+b<17)$ فإن $a<9$ أو $b<9$". (درجتان)

المكافئ العكسي للعبارة هي :

(1) إذا كان $a\geq 9$ و $b\geq 9$ فان $a+b\geq 17$

الاثبات :

(1) نأخذ $a\geq 9$ و $b\geq 9$ فان $a+b\geq 18$

و بما أن $18\geq 17$ فان $a+b\geq 17$.

(4) باستخدام المبدأ الأول للاستقراء الرياضي, اثبت أن :

$1+4+7+...+(3n-2)=\frac{n(3n-1)}{2}$ لكل عدد صحيح $n\geq 1$. (3 درجات)

- نضع $P(n): 1+4+\cdots+(3n-2)=\frac{n(3n-1)}{2}$

. خطوة الأساس : $n=1$:

(0,5) $1 \stackrel{?}{=} \frac{1(3-1)}{2}$ صح و بالتالي $P(1)$ صادق

. خطوة الاستقراء : نأخذ $k\geq 1$. نفترض أن $P(k)$ صادق

(1) (يعني لدينا $1+4+7+\cdots+(3k-2)=\frac{k(3k-1)}{2}$)

و لنثبت صحة $P(k+1)$:

$1+4+\cdots+(3(k+1)-2)\stackrel{?}{=}\frac{(k+1)(3(k+1)-1)}{2}$

$\underbrace{1+4+7+\cdots+(3k-2)}+(3k+1)=$

(0,5) $\frac{k(3k-1)}{2}+(3k+1)=\frac{3k^2-k+2(3k+1)}{2}$

$=\frac{3k^2-k+6k+2}{2}$

(1) $=\frac{3k^2+5k+2}{2}=\frac{(k+1)(3k+2)}{2}$

باستخدام المبدأ الأول لدينا لكل $n\geq 1$: $1+4+7+\cdots+(3n-2)=\frac{n(3n-1)}{2}$.