جامعة الملك سعود King Saud University	كلية العلوم - قسم الرياضيات	مجموعة تمارين (2) 487 ريض الفصل الصيفي 1437-1438 هـ

تمرين 1 :

لتكن $u(x,y)=2x\left(1-y\right)$.

(أ) احسب $\Delta u=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

(ب) أوجد دالة f كلية (تحليلية على $\mathbb{C}$) بحيث $\Re e\,(f)=u$.

تمرين 2 :

لتكن $u(x,y)=2x^2+x+1-2y^2$.

(أ) بيّن أن u هي دالة توافقية على $\mathbb{R}^2$ ثم أوجد مرافقة توافقية v لها.

(ب) استنتج وجود دالة كلية f جزؤها الحقيقي $\Re e\,(f)=u$. أوجد عبارة لـ f بدلالة z ثم اكتب f على الصيغة القطبية.

تمرين 3 :

لتكن a,b,c أعداد حقيقية و $P(x,y)=a\,x^2+2b\,xy+c\,y^2$ (كثيرة حدود بمتغيرين متجانسة من الدرجة 2).

(أ) أوجد شرط لازم وكافي لـ a,b,c بحيث $P=\Re e\,(f)$ لدالة f كلية.

(ب) لنفترض أن هذا الشرط تحقق فأوجد جميع الدوال الكلية بحيث $P=\Re e\,(f)$.

تمرين 4 :

لتكن Log القيمة الأساسية للدالة اللوغاريتمية المركبة ولتكن $z_1=2i$ و $z_2=e^{-i\frac{3\pi}{4}}$. فاحسب ما يلي :

$$Log(z_1)\ ;\ Log(z_2)\ ;\ Log(z_1z_2)\ ;\ Log(z_1^{\,2})\ ;\ Log(z_2^{\,2})\ ;\ Log\left(\frac{z_1}{z_2}\right).$$

تمرين 5 :

أوجد القيمة الرئيسية لـ $Log\left(1-i\sqrt{3}\right)$; $Log\left(\sqrt{3}+i\right)$ و $\left(1-i\sqrt{3}\right)^{\left(\sqrt{3}+i\right)}$.

تمرين 6 :

جد نطاق التحليلية للدالة $f(z)=Log\left(3z-i\right)$ ثم احسب $f'(z)$.