جامعة الملك سعود

كلية العلوم قسم الرياضيات الإختبار الفصلي الثاني

الفصل الصيفي 1437 – 1438 هـ 487 ريض الزمن ساعة و نصف

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

السؤال الأول

(١). إعط مبرهنة ليوفيل (LiouvilleTheorem)

(٢). أ) أثبت أن $|\sin(x+\mathrm{i}y)|^2 = \sin^2 x + \sinh^2 y$.

ب) إستنتج أن الدالة $\sin z$ غير محدودة على $\mathbb{C}$.

(٣). أثبت أن الدالة $f(z) = \dfrac{z-1}{z+1}$ هولومرفية و محدودة على $H = \{z = x+\mathrm{i}y;\ x > 0\}$

(٤). أوجد دالة هولومرفية غير محدودة على قرص الوحدة $D = \{z \in \mathbb{C};\ |z| < 1\}$.

السؤال الثاني

أوجد $\sup\limits_{|z|\le 1} \left|\dfrac{z^3}{z^2+2}\right|$ و $\sup\limits_{|z|\le 1} \left|\dfrac{3z-\mathrm{i}}{3+\mathrm{i}z}\right|$

السؤال الثالث

أوجد التكامل التالي

$$\int_{C(0,1)} \frac{z+1}{2\bar{z}-1} dz$$

السؤال الرابع

أوجد النقاط الشاذة للدوال التالية و حدد طبيعتها

$$f(z) = \frac{\cos z - 1}{\sin^3 z}, \quad g(z) = \frac{z \sinh z}{\cos z - 1}, \quad h(z) = z^3 \sin(\frac{1}{z}).$$

Scanned by CamScanner