

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات.	امتحان شهري أول ٢٠٧ رياض الفصل الثاني ١٤٣٩/١٤٤٠ هـ.	يوم الأربعاء ٢٩/٦/١٤٤٠ هـ. الزمن : ساعة ونصف.
---	--	--

السؤال الأول (8) : أ) أوجد مع الرسم مجال الدالة التالية :

$$f(x, y) = e^{y^2} xy + \frac{\cos(x+y+1)}{\sqrt{x+2y-4}}$$

ب) برهن أن النهاية التالية موجودة : $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \ln(x^2 + y^2)$

السؤال الثاني (7) : أ) برهن أن $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{x^2+y^2}$ غير موجودة .

ب) ادرس اتصال الدالة التالية :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - y^2}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

السؤال الثالث (10) : أ) إذا كانت

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{yx(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(1) احسب قيمة $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ ، (2) برهن أن $\frac{\partial f}{\partial x}(0, y) = -y$ لكل $y \in R$.

ب) إذا كانت $w = f(x, y)$ دالة في (x, y) لها مشتقات جزئية من الرتبة الأولى عند

كل نقطة من مجالها وكانت $x=s+t$ ، $y=s-t$ برهن صحة العلاقة التالية :

$$\frac{\partial w}{\partial s} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$$

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات.	امتحان شهري اول 207 رياض الفصل الأول 1440/1439 هـ,	يوم الثلاثاء 1440/3/5 هـ الزمن : ساعة ونصف.
---	---	--

السؤال الأول (6) : لتكن u دالة في متغيرين x, y ، لها مشتقات جزئية متصلة من الرتبة الثانية على مجالها . لنفرض أن $x = e^s$ ، $y = e^t$.

برهن أن المعادلة التالية $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ يمكن كتابتها على النحو

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{التالي :}$$

السؤال الثاني (6) : أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x, y) = 4x^3 - 2x^2y + y^2$

السؤال الثالث (7) : أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ على المنطقة R المغلقة والمحدودة : $R = \{(x, y), -2 \leq x \leq 4, -1 \leq y \leq 3\}$.

السؤال الرابع (6) : احسب قيمة التكامل التالي $\iint_R (x^2 + 2xy) dA$ ، حيث R المنطقة

المغلقة والمحدودة بالدوال التالية $x = 2$ ، $y = 0$ ، $y = x^2$.

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات.	امتحان نهائي 207 رياض الفصل الأول 1440/1439 هـ,	يوم الإثنين 1440/4/10 هـ الزمن : ثلاث ساعات
---	--	--

السؤال الأول (6) : أ) أوجد مع الرسم مجال الدالة التالية :

$$f(x, y) = \cos(x + y) + \frac{x^2 - y^2 - 3}{\sqrt{x + y - 4}}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{ب) ادرس اتصال الدالة التالية :}$$

$$\text{عند النقطة } (0, 0) \text{ . . احسب أيضا قيمة المقدار } \frac{\partial f}{\partial x}(1, -1)$$

السؤال الثاني (8) : أ) برهن أن $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{4xy}{x^4 + y^4}$ غير موجودة.

ب) إذا كانت $z = f(s^2 - t^2, t^2 - s^2)$ دالة لها مشتقات جزئية من الرتبة الأولى عند $(x, y) \in D$ ، حيث D مجال الدالة f ، برهن صحة المعادلة التالية :

$$t \frac{\partial z}{\partial s} + s \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

ج) أوجد القيم القصوى المحلية والنقاط السرجية إن وجدت للدالة التالية :

$$f(x, y) = x^4 + y^3 + 32x - 3y \quad \text{ب)}$$

السؤال الثالث (7) : أ) باستخدام طريقة عكس ترتيب التكامل احسب قيمة التكامل التالي :

$$\int_0^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \sin(x^3) dx dy$$

$$\text{ب) احسب قيمة التكامل التالي : } \int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} (x^2 + y^2)^{1/2} dy dx$$

السؤال الأول: أوجد (مع الرسم) نطاق (مجال) الدالة $f(x, y) = \sqrt{x - y^2} + \sqrt{y - x^2}$.

السؤال الثاني: لتكن الدالة:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{|x|^3 + |y|^3}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- أثبت أن الدالة f متصلة عند النقطة $(0, 0)$.
- أوجد المشتقات الجزئية $f_x(0, 0)$ و $f_y(0, 0)$.
- أثبت أن الدالة f غير قابلة للتفاضل عند النقطة $(0, 0)$.

السؤال الثالث: إذا كانت $w = f(x, y)$ دالة في (x, y) قابلة للتفاضل، وكانت $x = s + t$ و $y = s - t$ فاثبت أن:

$$\frac{\partial w}{\partial s} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$$

السؤال الرابع: أوجد $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ إذا كانت z دالة في (x, y) قابلة للتفاضل ومعرفة بالمعادلة:

$$xe^{yz} - 2ye^{xz} + 3ze^{xy} = 1$$

السؤال الخامس: أوجد القيم القصوى المحلية والنقاط السرجية للدالة:

$$f(x, y) = 2x^3 - 3x^2 + 3y^2 - 6xy + 2$$

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات.	امتحان نهائي 207 رياض الفصل الأول 1440/1439 هـ،	يوم الإثنين 1440/4/10 هـ الزمن : ثلاث ساعات
---	--	--

السؤال الأول (6) : أ) أوجد مع الرسم مجال الدالة التالية :

$$f(x, y) = \cos(x + y) + \frac{x^2 - y^2 - 3}{\sqrt{x + y - 4}}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{ب) ادرس اتصال الدالة التالية :}$$

$$\text{عند النقطة } (0, 0) \text{ . . احسب أيضا قيمة المقدار } \frac{\partial f}{\partial x}(1, -1)$$

السؤال الثاني (8) : أ) برهن أن $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{4xy}{x^4 + y^4}$ غير موجودة.

ب) إذا كانت $z = f(s^2 - t^2, t^2 - s^2)$ دالة لها مشتقات جزئية من الرتبة الأولى عند $(x, y) \in D$ ، حيث D مجال الدالة f ، برهن صحة المعادلة التالية :

$$t \frac{\partial z}{\partial s} + s \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

ج) أوجد القيم القصوى المحلية والنقاط السرجية إن وجدت للدالة التالية :

$$f(x, y) = x^4 + y^3 + 32x - 3y \quad \text{ب)}$$

السؤال الثالث (7) : أ) باستخدام طريقة عكس ترتيب التكامل احسب قيمة التكامل التالي :

$$\int_0^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \sin(x^3) dx dy$$

$$\text{ب) احسب قيمة التكامل التالي : } \int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} (x^2 + y^2)^{1/2} dy dx$$

السؤال الرابع (9): أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة : $f(x, y) = x^3 + 3xy - y^3$ على المنطقة المغلقة والمحدودة بالمستقيمات التالية : $y - 2x = 0, y = -2, x = 1$.

(ب) إذا كانت $w = f(u) + g(v)$ ، حيث $u = x - 3y, v = x + 3y$ وأن كلا من f و g دالة في متغير واحد لها مشتقة ثانية في مجالها برهن صحة المعادلة التالية :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 9 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

السؤال الخامس (4): اختبر تقارب أو تباعد المتتاليات التالية :

$$\left\{ (-1)^n \frac{2n+1}{n+3} \right\}_{n=1}^{\infty}, \quad \left\{ \frac{n^2 + 3n + 2}{2 \ln n + 3} \right\}_{n=1}^{\infty}, \quad \left\{ n \sin\left(\frac{2}{n}\right) \right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \frac{2n + (-1)^n}{e^{2n}} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

السؤال السادس (6): برهن أن المتسلسلة التالية متقاربة وما هي مجموعها : $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)}$

(ب) اختبر تقارب أو تباعد المتسلسلات التالية :

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \frac{3^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 2}{n+3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{2n+3}\right)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n+2^n}$$

واجب ٢ مقرر ٢٠١ رياض

السؤال الأول (6): لتكن f دالة في متغيرين x و y معرفة بـ :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^5+y^5}{x^2+y^2} ; (x, y) \neq (0,0) \\ (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

(١) برهن أن الدالة f متصلة عند النقطة $(0,0)$.

(٢) ادرس قابلية التفاضل للدالة f عند النقطة $(0,0)$.

السؤال الثاني (6): أوجد القيم القصوى المحلية والنقاط السرجية إن وجدت للدالة التالية :

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

السؤال الثالث (8): إذا كانت الدالة $V(x, y, z) = xyz$ تمثل حجم علبة متوازية المستطيلات ، حيث x, y, z هي أبعاد العبة والمقيدة على السطح :

أوجد القيمة العظمى لحجم العبة . $g(x, y, z) = 2xz + 2yz + xy - 12 = 0$

السؤال الأول: احسب قيمة التكامل التالي:

$$\iint_R \frac{y^2}{x^2} dA$$

حيث R المنطقة المحدودة بالمنحنيات: $y = \frac{1}{x}$ ، $y = 2$ ، $y = x$

السؤال الثاني: اعكس ترتيب التكامل التالي ثم احسب قيمته:

$$I = \int_0^2 \int_{y^2}^4 \cos\left(x^{3/2}\right) dx dy$$

السؤال الثالث: احسب قيمة التكامل $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$

السؤال الرابع: احسب حجم المجسم المحدود من الأعلى بالسطح المكافئ $z = x^2 + y^2$ ومن الأسفل بالمستوي $z = 0$ ومن الجوانب بالاسطوانة $x^2 + y^2 = 4$.

السؤال الخامس: احسب التكامل $\iiint_Q \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dv$ بحيث Q المجسم المحدود من

الأسفل بالمخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ومن الأعلى بالمستوي $z = 3$.

السؤال الأول: أوجد (مع الرسم) نطاق (مجال) الدالة $f(x, y) = \sqrt{x - y^2} + \sqrt{y - x^2}$.

السؤال الثاني: لتكن الدالة:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{|x|^3 + |y|^3}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- أ. أثبت أن الدالة f متصلة عند النقطة $(0, 0)$.
 ب. أوجد المشتقات الجزئية $f_x(0, 0)$ و $f_y(0, 0)$.
 ج. أثبت أن الدالة f غير قابلة للتفاضل عند النقطة $(0, 0)$.

السؤال الثالث: إذا كانت $w = f(x, y)$ دالة في (x, y) قابلة للتفاضل، وكانت $x = s + t$ و $y = s - t$ فأثبت أن:

$$\frac{\partial w}{\partial s} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$$

السؤال الرابع: أوجد $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ إذا كانت z دالة في (x, y) قابلة لتفاضل ومعرفة بالمعادلة:

$$xe^{yz} - 2ye^{xz} + 3ze^{xy} = 1$$

السؤال الخامس: أوجد القيم القصوى المحلية والنقاط السرجية للدالة:

$$f(x, y) = 2x^3 - 3x^2 + 3y^2 - 6xy + 2$$

الإختبار النهائي في 201 رياض
الفصل الدراسي الثاني 1438-1439 هـالسؤال الأول : (أ) ادرس اتصال الدالة عند النقطة $(0,0)$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^6 + y^6}{x^4 + y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(ب) لتكن $w = \ln(xy + z^2) + \tan(xyz)$ حيث $x = u^2$ ، $y = v^2$ ، $z = uv$.استخدم قاعدة السلسلة لإيجاد من $\frac{\partial w}{\partial u}$ و $\frac{\partial w}{\partial v}$.السؤال الثاني : (أ) أوجد القيم القصوى للدالة $f(x,y,z) = 2x^2 + 3y^2 + 4z^2$ على سطح الكرة $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.(ب) احسب مساحة المنطقة المستوية والمحدودة بالمنحنى $y = \sqrt{x}$ وبالمستقيمين $y = \frac{1}{x}$ و $x = 2$.السؤال الثالث : (أ) احسب حجم المجسم الواقع داخل كل من الأعلى بالكرة $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ والمخروط $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$.(ب) احسب التكامل $\iiint_Q xyz \, dv$ ، حيث Q المنطقة الواقعة في الثمن الأول من الفضاء $(x, y, z \geq 0)$ والمحدودة بالسطحين المكافئين $z = x^2 + y^2$ و $z = 4 - x^2 - y^2$.

السؤال الرابع : اختبر اتمتسلسلات التالية وبين نوع المتقاربة منها:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n + n^2 + n} \quad \text{(iii)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!2^n} \quad \text{(ii)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n+2}{\sqrt{n^3 + n^2 + 1}} \quad \text{(i)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad \text{(iv)}$$

السؤال الخامس : (أ) أوجد فترة ونصف قطر تقارب متسلسلة القوى $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n+1)!}$ (ب) أكتب الدالة $f(x) = \cos x$ على شكل متسلسلة قوى في x .