Kingdom of Saudi Arabia **Ministry of Higher Education** **KING SAUD UNIVERSITY** *Deanship of Scientific Research* *College of Science Research Center*	**المملكة العربية السعودية** وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود عمادة البحث العلمي مركز بحوث كلية العلوم

الإختبارالنهائي الفصل الثاني (1438–1439) للمقرر 316 ريض

السؤال الأول:

أ) أثبت أن الدوال $\left\{3, x^2-\frac{1}{3}, \frac{x}{|x|}\right\}$ متعامدة على الفترة $(-1,1)$ ثم استخرج منها مجموعة متعامدة عياريا.

ب) عين الدوال التي تنتمي إلى $\mathcal{L}^2(2,\infty)$

i) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ ii) $g(x)=\frac{x^{-1/2}}{\sqrt{lnx}}$ iii) $h(x)=sinx$

ج) ماهي قيم α التي من أجلها تكون الدالة $F(x)=\sqrt{x-1}e^{(1-\alpha)(x-1)}$ في $\mathcal{L}^2(0,\infty)$

السؤال الثاني:

أ) هل أن المسألة الحدية التالية هي مسألة لشتورم ليوفيل. أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية لهذه المسألة وبرهن تعامدها

$$\begin{cases} u''+\lambda u=0, & -2<x<2 \\ u(-2)=u(2), & u'(-2)=u'(2). \end{cases}$$

ب) ماهي الدوال الذاتية التي تحقق: $\int_{-2}^{2} u_n(x)dx=1$

ج) ضع المعادلة التالية في صيغة لشتورم ليوفيل

$$x^2u''+\lambda u=0, \ 1<x<2$$

ثم عين القيم الذاتية والدوال الذاتية التي تحقق الشروط الحدية $u(1)=0, \ u(2)=0$ وبرهن تعامدها على الفترة $(1,2)$

السؤال الثالث

أ) أوجد متسلسلة فورييه للإمتداد الدوري الفردي f_0 للدالة $f(x)=x(\pi-x)$ حيث $0\le x\le \pi$

ثم استنتج مجموع المتسلسلة العددية $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$

ب) أوجد محولة فورييه للدالتين: $f(x)=\begin{cases} 1-|x|, & |x|\le 1 \\ 0 & |x|>1 \end{cases}$, $g(x)=2e^{-2|x|}$

ج) أوجد تكامل فورييه للدالة $\begin{cases} |x|, & |x|\le 2 \\ 0, & |x|>2 \end{cases}$ ثم استنتج أن: $\int_0^{\infty}\frac{sin2\xi}{\xi}d\xi=\int_0^{\infty}\frac{sin^2\xi}{\xi^2}d\xi$

د) أوجد حل المعادلة التكاملية: $\int_0^{\infty} f(x)\sin(\xi x)dx=\begin{cases} 1-\xi, & 0<\xi<1 \\ 0, & \xi>1 \end{cases}$