


<p>Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education KING SAUD UNIVERSITY Deanship of Scientific Research College of Science Research Center</p>		<p>المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود عمادة البحث العلمي مركز بحوث كلية العلوم</p>
--	---	--

الإختبار النهائي الفصل الثاني (1440-1439) للمقرر 316 رياض

السؤال الأول:

(أ) أثبت أن الدوال $\left\{ 3, x^2 - \frac{1}{3}, \frac{x}{|x|} \right\}$ متعامدة على الفترة $(-1, 1)$ ثم استخرج منها مجموعة متعامدة عياريا.

(ب) عين الدوال التي تنتمي إلى $L^2(2, \infty)$

$$h(x) = \sin x \quad \text{iii) } g(x) = \frac{x^{-1/2}}{\sqrt{\ln x}} \quad \text{ii) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \quad \text{(i)}$$

(ج) ماهي قيم α التي من أجلها تكون الدالة $F(x) = \sqrt{x-1}e^{(1-2\alpha)(x-1)}$ في $L^2(0, \infty)$

السؤال الثاني:

(أ) هل أن المسألة الحدية التالية هي مسألة لشتورم ليوفيل. أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية لهذه المسألة وبرهن تعامدها

$$\begin{cases} u'' + 2\lambda u = 0, & -2 < x < 2 \\ u(-2) = u(2), & u'(-2) = u'(2). \end{cases}$$

(ب) ماهي الدوال الذاتية التي تحقق: $\int_{-2}^2 u_n(x) dx = 1$

(ج) ضع المعادلة التالية في صيغة لشتورم ليوفيل

$$x^2 u'' + \lambda u = 0, \quad 1 < x < 2$$

ثم عين القيم الذاتية والدوال الذاتية التي تحقق الشروط الحدية $u(1) = 0, u(2) = 0$ وبرهن تعامدها على الفترة $(1, 2)$

السؤال الثالث

(أ) أوجد متسلسلة فوريير للإمتداد الدوري الفردي f_0 للدالة $f(x) = x(\pi - x)$ حيث $0 \leq x \leq \pi$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$$

ثم استنتج مجموع المتسلسلة العددية

$$g(x) = 2e^{-2|x|}, f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad \text{(ب) أوجد محولة فوريير للدالتين:}$$