Kingdom of Saudi Arabia **Ministry of Higher Education** **KING SAUD UNIVERSITY** ***Department of Mathematics*** ***College of Science***		**المملكة العربية السعودية** وزارة التعليم العالي **جـامـعـة الـمـلـك سـعـود** **قسم الرياضيات** **كلية العلوم**

الإختبارالأول للفصل الثاني (1439-1440) للمقرر 316 ريض

السؤال الأول:

أ) ضع المعادلتين التاليتين في صيغة شتورم ليوفيل

$$sinx\frac{d^2u}{dx^2} - cosx\frac{du}{dx} + (sin^2x)u + \lambda u = 0, \quad x \in (0,\pi)$$

$$x^2\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{1}{x}\frac{du}{dx} + xu + \lambda u = 0, \ \ x \neq 0$$

ج) تأكد أن مجموعة الدوال: $f(x) = 1, \ g(x) = x^2, \ h(x) = x$ مستقلة خطيا على R ثم استخرج منها مجموعة متعامدة.

د) ما هي قيم α التي من أجلها تكون الدالة $f(x) = 5\sqrt{x}e^{-(\alpha-2)x^2}$ في الفضاء $L^2(0,\infty)$

السؤال الثاني:

لتكن لدينا المسالة الحدية: $\begin{cases} x^2u'' + 2xu' + \lambda u = 0, \\ u(1) = 0, \ u(b) = 0, \ b > 1 \end{cases}$

أ) هل أن هذه المسألة هي مسألة لشتورم-ليوفيل

ب) أوجد القيم الذاتية والدوال الذاتية لهذه المسألة وبرهن تعامد الدوال الذاتية في الفضاء المناسب

ت) أثبت أن $\lambda \int_1^b u^2dx = \int_1^b x^2(u')^2dx$

ج) أوجد منشور الدالة $H(x) = 1$ بدلالة الدوال الذاتية المحصل عليها.