العرض الثاني

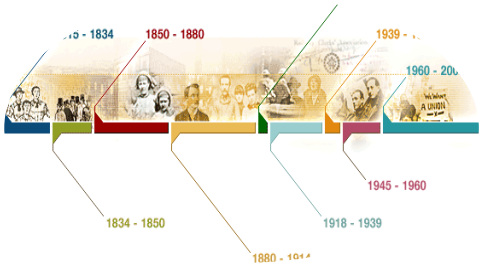
د. سيف بن فهد القحطاني

دورة طرق التدريس

يناير 2017

متوسط وتباين المتغيرات الثنائية

(Binary Variables))



التغاير- التباين المشترك (Covariance)

متوسط متغيرين

تباين متغيرين

السؤال الأول
1
0
1
0
0

المتغير الثنائي (مثل صح-خطأ)

متوسط المتغير الثنائي

$$\mathrm{E}(X) = p$$

$$p = \frac{\text{عدد الإجابات الصحيحة}}{\text{عدد الإجابات}}$$

$$p = \frac{2}{5} = .4$$

تباين المتغير الثنائي

السؤال الأول
1
0
1
0
0

$$\sigma^2 = \boldsymbol{pq}$$

$$\boldsymbol{q} = (1 - \boldsymbol{p})$$

$$\sigma^2 = .4 * .6 = .24$$

الانحراف المعياري للمتغير الثنائي

$$\sigma = \sqrt{(\boldsymbol{pq})}$$

$$\sigma = \sqrt{(.4 * .6)}$$

$$\sigma = \sqrt{(.24)} \approx .489$$

التغاير (التباين المشترك) Covariance

الرقم	X	Y	(X -متوسط قيم x)	تربيع (انحراف قيم x عن متوسطها)	(y -متوسط قيم y)	تربيع (انحراف قيم y عن متوسطها)	حاصل ضرب انحرافات المتغيرين
1	2	1	-2	4	-1	1	2
2	4	2	0	0	0	0	0
3	6	3	2	4	1	1	2
المجموع	12	6	0	8	0	2	4
المتوسط	4	2					

$$Cov_{xy} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{(n-1)} = \frac{4}{3-1} = 2$$

مصفوفة التباين والتباين المشترك

Variance-Covariance Matrix

$$\mathrm{Var}[X] = \begin{bmatrix} \mathrm{Var}[X_1] & \mathrm{Cov}[X_1, X_2] \\ \mathrm{Cov}[X_2, X_1] & \mathrm{Var}[X_2] \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_p^2 \end{pmatrix} \qquad \Sigma = \begin{bmatrix} var(x) & cov(x,y) & cov(x,z) \\ cov(x,y) & var(y) & cov(y,z) \\ cov(x,z) & cov(y,z) & var(z) \end{bmatrix}$$

مصفوفة التباين والتباين المشترك
Variance-Covariance Matrix

$$\mathrm{Var}[X] = \begin{bmatrix} \mathrm{Var}[X_1] & \mathrm{Cov}[X_1, X_2] \\ \mathrm{Cov}[X_2, X_1] & \mathrm{Var}[X_2] \end{bmatrix}$$

	x	y
x	4.00	
y	2.00	1.00

تباين المتغير x

تباين المتغير x

التباين المشترك للمتغيرين x و y

$\mathrm{Cov}[X_2, X_1]$

تباين المتغير المركب من متغيرين

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot Cov(X,Y)$$
$$= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2 \cdot Cov(X,Y)$$

$$Var(X-Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2 \cdot Cov(X,Y)$$

X	Y	X + Y
2	1	3
4	2	6
6	3	9

	x	y
x	4.00	
y	2.00	1.00

$$\sigma^2 = 4+1+2*(2)$$

تباين المتغير
(y+x)

تباين المتغير المركب من متغيرين

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot Cov(X,Y)$$
$$= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2 \cdot Cov(X,Y)$$

$$Var(X-Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2 \cdot Cov(X,Y)$$

X	Y	X - Y
2	1	1
4	2	2
6	3	3

	x	y
x	4.00	
y	2.00	1.00

$$\sigma^2 = 4+1-2*(2)$$

تباين المتغير (x–y)

علاقة معامل التغاير بمعامل الارتباط

- **Correlation**

$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\text{StandardDev}(X) \times \text{StandardDev}(Y)}$$

Covariance & correlation

$$\rho \sigma_X \sigma_Y = \sigma_{XY}$$

التغاير والارتباط

X	Y
2	1
4	2
6	3

تباين المتغير (x)

	x	y
x	4.00	
y	2.00	1.00

الانحراف المعياري للمتغير (x)

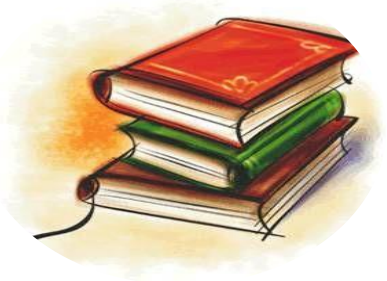
	x	y
x	$\sqrt{4} = 2$	
y	2.00	$\sqrt{1} = 1$

معامل الارتباط لبيرسون

$$r_{xy} = \frac{2}{2 * 1}$$

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory



نظرية التعميم

Generalizability Theory

النظرية الكلاسيكية

Item Response Theory

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

النموذج

المصطلحات

الافتراضات

طرق حساب الثبات

آليات حساب معاملات الثبات

أمثلة

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

النموذج

$$O = T + E$$

O = الدرجة المشاهدة

T = الدرجة الحقيقية

E = الدرجة الخطأ

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

الافتراضات

1. الدرجة الحقيقية مستقلة عن الدرجة الخطأ
2. الدرجة الخطأ عشوائية (متوسطها صفر)
3. الدرجة الخطأ مستقلة عن أي درجة خطأ أخرى

وتفترض النظرية الكلاسيكية أن الدرجة الحقيقية هي الدرجة المتوقعة (المتوسط) للفرد عند إجراء جميع الاختبارات المتكافئة عليه

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

1. معامل الاستقرار (Stability Coefficient)
2. معامل التكافؤ (Equivalency Coefficient)
3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)
4. معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha)
5. كيودر و رتشاردسون 20 (Kuder and Richardson 20)
6. كيودر و رتشاردسون 21 (Kuder and Richardson 21)

المعاملات من 3 وحتى 6 تسمى معاملات الاتساق الداخلي...وتنطلق من فكرة تكافؤ فقرات الاختبار عوضا عن تكافؤ الاختبارات ككل (Suen, 1990)

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

1. **معامل الاستقرار** (Stability Coefficient)

يسمى بطريقة إعادة الاختبار (Test-Retest Method)

الطريقة

1- **تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد**

2- **إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة**

3- **حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الاختبارين**

4- **قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات**

1. معامل الاستقرار (Stability Coefficient)

عيوب

1- **تذكر الأسئلة** (الاستقرار يزيد الثبات---لكن الاستقرار هنا زائف)

2- **نسيان المعلومة** (العشوائية يخفض الثبات---لكن الوقت حاسم في تذكر المعلومة ونسيانها)

3- **النمو والتطور** (بعض السمات تنمو وتتطور بسرعة—وبالتالي الفرق الحقيقي سيبدو خطأ لعدم استقراره)

4- **فقدان بعض أفراد المجموعة في الاختبار الثاني**

5- **صعوبة تحديد الفترة الفاصلة المناسبة** (اسبوع-شهر- شهران إلخ.)

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

2. معامل التكافؤ (Equivalency Coefficient)

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- إعادة تطبيق اختبار مكافئ على نفس المجموعة

3- حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الاختبارين

4- قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

2. **معامل التكافؤ** (Equivalency Coefficient)

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- إعادة تطبيق **اختبار مكافئ** على نفس المجموعة

3- حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الاختبارين

4- **قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات**

2. معامل التكافؤ (Equivalency Coefficient)

مزايا

1- التغلب على مشكلة تذكر الأسئلة

2-معاينة المحتوى+الوقت

عيوب

1- الكلفة المادية والبشرية (سنحتاج لضعف عدد الأسئلة)

2-فقدان بعض الأفراد في الاختبار الثاني

3- صعوبة إعداد صورتين متكافئتين (اختبار للشخصية مثلا)

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- تقسيم أسئلة الاختبار إلى جزأين متساويين

3-حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الجزأين

4- قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات

3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)

مزايا

التغلب على مشكلة

I. تذكر الأسئلة

II. الكلفة المادية

III. فقدان بعض الأفراد في الاختبار الثاني

IV. إعداد صور متكافئة للاختبارات

العيوب

1. صعوبة تحديد النصفين (الفردية مقابل الزوجية مثلا)
2. انخفاض معامل الثبات بسبب خفض عدد الأسئلة عند التجزئة

3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)

من العوامل المؤثرة في معامل الثبات طول الاختبار (Lord, 1957)

ولأن طريقة حساب معامل التجزئة النصفية تقوم على تجزئة الاختبار إلى جزأين وبالتالي خفض عدد الأسئلة جاءت معادلة سبيرمان براون لتصحيح معامل الثبات من هذا الأثر

معامل الثبات المصحح

$$\rho^{*}_{xx'} = \frac{N\rho_{xx'}}{1+(N-1)\rho_{xx'}}$$

معامل الثبات قبل التصحيح

نسبة الزيادة في عدد الفقرات وفي التجزئة النصفية دائما تساوي 2

الطريقة

I. حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الجزأين

II. قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات

III. عوض في المعادلة أعلاه لتحصل على معامل الثبات المصحح

طرق حساب الثبات

4. معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha)

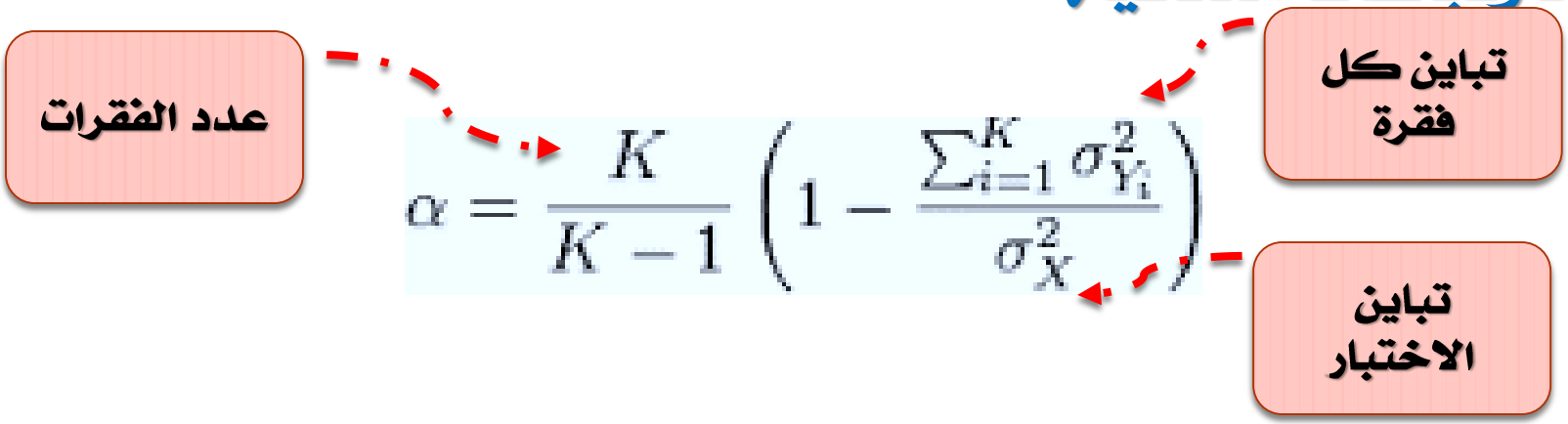
الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- إيجاد قيمة معامل التغاير الثنائي للفقرات أو التباينات الفردية

4- التعويض في المعادلة التالية

5- معامل كرونباخ ألفا "تقدير أدنى لحساب متوسط جميع الارتباطات الثنائية"



مثال على طرق حساب الثبات

4. معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha)

$$\frac{k}{k-1}\left(\frac{\sum_{i\neq j}^{k} cov(x_i,x_j)}{var(x_0)}\right)=\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{j=1}^{k} var(x_j)}{var(x_0)}\right)$$

X	Y	Z	TOTAL
2	1	1	4
4	2	4	10
6	3	5	14
التباين			
4	1	4.33	25.33

$$\alpha=\frac{3}{3-1}\left[1-\frac{4+1+4.33}{25.33}\right]$$

$$\alpha=\frac{3}{2}\left[1-\frac{9.33}{25.33}\right]$$

$$\alpha=.947$$

طرق حساب الثبات

5. كيودر و رتشاردسون 20 (Kuder and Richardson 20)

حساب مختصر لطريقة كرونباخ عندما يكون المتغير ثنائي التصحيح

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- حساب قيمة معامل كيودر و رتشاردسون 20 وفقا للمعادلة التالية

$$\rho_{KR20} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{k} p_j q_j}{\sigma^2}\right)$$

تباين كل فقرة

عدد الفقرات

التباين الكلي للاختبار

طرق حساب الثبات

6. كيودر و رتشاردسون 21 (Kuder and Richardson 21)

حساب مختصر لطريقة كرونباخ عندما لايكون هناك درجة صحيحة وخاطئة (الاتجاهات والميول مثلا)

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- حساب قيمة معامل كيودر و رتشاردسون 21 وفقا للمعادلة

$$\rho_{KR21} = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\mu(k-\mu)}{k\sigma^2}\right]$$

©easycalculation.com

- متوسط الدرجات
- التباين
- عدد الفقرات

الثبات
Reliability

- معنى الثبات ومعاملات الثبات

يشير **الثبات** إلى مدى استقرار الدرجات وخلوها من الأخطاء غير المنتظمة (العشوائية)

الثبات
Reliability

معنى الثبات ومعاملات الثبات

- **معامل الثبات** يشير إلى نسبة التباين الحقيقي بين الأفراد إلى التباين المشاهد

(التباين المشاهد يحوي النوعين)

التباين الحقيقي للدرجات

$$r_{test,test} = \frac{\sigma^2_{True}}{\sigma^2_{Test}} = \frac{\sigma^2_{True}}{\sigma^2_{True} + \sigma^2_{error}}$$

تباين الدرجات مكون من تباين حقيقي وتباين خطأ

الثبات

تنبيه

- معاملات الثبات تتعلق بالدرجات لا بالاختبار

(فالاختبار نفسه قد تكون درجاته ثابتة في حق مجموعة وغير ثابتة في حق أخرى)

- لا تقل ثبات الاختبار؟ قل ثبات درجات الاختبار؟
- يمكن تعميم معامل الثبات فقط على مجموعات مشابهة لمجموعة التقنين
- معاملات الثبات في النظرية الكلاسيكية تصلح فقط للاختبارات معيارية المرجع لا محكية المرجع

عوامل مؤثرة في قيم معاملات الثبات

- درجة الارتباط بين الفقرات
- طول الاختبار (أثره ينخفض ويتلاشى تدريجيا)
- زيادة الفقرات مفيدة ولكن بشروط..

1) ألا تؤدي إلى التعب والإجهاد والملل (سينخفض الثبات)
2) أن تكون الفقرات المضافة مكافئة للفقرات السابقة

- تجانس المختبرين (زيادة التجانس تخفض القيمة)

خطأ القياس (Standard Error of Measurement)

$$SEM = s_x \sqrt{(1 - r_{xx})}$$

معامل الثبات

خطأ القياس
(Standard Error of Measurement)

الانحراف المعياري
للدرجات

- خطأ القياس في النظرية الكلاسيكية:
- يعبر عن هامش الخطأ في الدرجة المشاهدة كمعبر عن الدرجة الحقيقية (مثل الخطأ العشوائي لمتوسط العينة كمعبر عن متوسط المجتمع)
- عبارة عن انحرافات معيارية عن الدرجة الحقيقية
- يفترض تساويه للجميع (أو على الأقل سنستخدمه وفق هذا التصور)
- بالإمكان استخدامه في وضع فترة ثقه حول الدرجة الحقيقية

(فترة ثقة 95٪ تعني أن الدرجة الحقيقية ستكون مابين الدرجة المشاهدة $\pm$ خطأ القياس)

خطأ القياس (Standard Error of Measurement)

$$SEM = s_x \sqrt{(1 - r_{xx})}$$

معامل الثبات

خطأ القياس
(Standard Error of Measurement)

الانحراف المعياري
للدرجات

لوفرضنا أن معامل الثبات يساوي .9 وأن الانحراف المعياري للدرجات يساوي 2 وأن درجة الطالب المشاهدة تساوي 30

فإن الخطأ المعياري للقياس سيساوي

$$SEM = 2 * \sqrt{1 - .5}$$

$$SEM = 2 * \sqrt{.5}$$

$$SEM = 2 * .71$$

$$SEM = 1.41$$

٪68 فترة ثقة أن درجة الطالب الحقيقية

$$30 \pm 1.41 \quad (28.59, 31.41)$$

جوانب قصور النظرية التقليدية

- تصلح فقط للاختبارات معيارية المرجع
- معاملات الصعوبة ومعاملات التمييز معتمدة على عينة التقنين

(صعوبة الفقرة تعتمد على نوعية وخصائص المختبرين)

- خطأ القياس موحد للجميع
- النموذج لايراعي خصائص الفقرة

(يفترض تكافؤ الفقرات)

- أساليب الكشف عن جودة الفقرات خارج النموذج لا داخله
- القياس يعتمد على نوعية الفقرات الاختبارية

(درجة المختبرين تعتمد على صعوبة الفقرات مثلا)

موثوقية درجة القطع

Reliability of Cut-Score

- أحيانا تصبح الأولوية منصبة على النجاح مقابل الفشل أو الاجتياز مقابل عدم الاجتياز...(القرار نعم أو لا)
- هذا الحكم بالنجاح من عدمه يحتاج مؤشرات وشواهد على ثبات هذا القرار...أي دقة الحكم.. فمن يجتاز هذه المرة، يجتاز في المرة الأخرى ومن يفشل هذه المرة، يفشل في المرة القادمة.
- لاحظ أن المرجع في النجاح والفشل محك وليس أداء المجموعة...(النجاح يعني الحصول على 60 درجة على الأقل بغض النظر عن نجاح الجميع أو عدمه)
- ولذا سيكون من الأنسب حساب ثبات القرار (مجتاز –غير مجتاز) وليس ثبات الدرجات ككل

موثوقية درجة القطع

Reliability of Cut-Score

- أحد مؤشرات الموثوقية مؤشر ليفينجستون K^2 (Livingston, 1972)

$$K^2 = \frac{\sigma_t^2 + (\mu - \lambda)^2}{\sigma_x^2 + (\mu - \lambda)^2},$$

- وفيه التباين الحقيقي $\sigma_t{}^2$
- والتباين الكلي $\sigma_x{}^2$
- ومتوسط الدرجات μ
- ودرجة القطع المستخدمة λ

موثوقية درجة القطع

Reliability of Cut-Score

- مثال تطبيقي على استخدام مؤشر ليفينجستون K^2 (Livingston, 1972)

$$K^2 = \frac{\sigma_t^2 + (\mu - \lambda)^2}{\sigma_x^2 + (\mu - \lambda)^2},$$

- وفيه التباين الحقيقي $\sigma_t{}^2$ والذي نستطيع استخراجه عن طريق ضرب معامل الثبات في التباين الكلي KR_{20} (تذكر معامل الثبات؟ «تباين حقيقي على تباين كلي»)
- ومتوسط المجتمع (متوسط الدرجات الحقيقية) باستخدام متوسط العينة

$$\hat{K}^2 = \frac{\sigma_x^2(KR_{20}) + (\overline{X} - \lambda)^2}{\sigma_x^2 + (X - \lambda)^2}$$

موثوقية درجة القطع

Reliability of Cut-Score

- مثال تطبيقي على استخدام مؤشر ليفينجستون K^2 (Livingston, 1972)

$$K^2 = \frac{\sigma_t^2 + (\mu - \lambda)^2}{\sigma_x^2 + (\mu - \lambda)^2},$$

- إذاكان التباين الكلي للدرجات (4) ومعامل الثبات KR_{20} يساوي (.9)
- سيكون التباين الحقيقي $\sigma_t{}^2$ $4 \times .9 = (3.6)$
- فإذا علمنا أن متوسط الدرجات يساوي (10) ودرجة القطع λ (12)
- سيساوي مؤشر ليفينجستون

$$\hat{K}^2 = \frac{\sigma_x^2(KR_{20}) + (\bar{X} - \lambda)^2}{\sigma_x^2 + (X - \lambda)^2}$$

$$\frac{4 * .9 + (10 - 12)^2}{4 + (10 - 12)^2}$$

موثوقية درجة القطع

Reliability of Cut-Score

- **مثال تطبيقي على استخدام مؤشر ليفينجستون** K^2 (Livingston, 1972)

$$\frac{4 * .9 + (10 - 12)^2}{4 + (10 - 12)^2}$$

$$\frac{7.6}{8}$$

.95

$$\hat{K}^2 = \frac{\sigma_x^2(KR_{20}) + (\overline{X} - \lambda)^2}{\sigma_x^2 + (X - \lambda)^2}$$