

حل الإختبار الفصلي الأول - الفصل الأول 1441 هـ - 373 رياض

السؤال الأول

$\mathcal{T} = \{\emptyset, X, \{a, b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{c, d\}\}$   
المجموعات المفتوحة هي نفسها المجموعات المغلقة

(١).  $\text{Bd}(A) = \{a, b\}, \text{Ext}(A) = \{a, b\}, \text{Int}(A) = \{c\}, \bar{A} = \{a, b, c\}$

(٢).  $\mathcal{I}_A = \{\emptyset, A, \{b\}, \{c\}\} = \mathcal{P}(A)$

(٣). المجموعات الكثيفة في الفضاء التوبولوجي  $(X, \mathcal{T})$  هي:  $\{a, c, d\}$  و  $\{b, c, d\}$ .

(٤). كل المجموعات مفتوحة و مغلقة في الفضاء الجزئي  $A$ .

السؤال الثاني

ليكن  $X = \mathbb{N}$  و لكل  $n \in \mathbb{N}$   $U_n = \{n, n+1, \dots\}$   
نعرف  $\mathcal{T} = \{\emptyset, X, U_n; n \in \mathbb{N}\}$   
أثبت أن

(١).  $U_n \cap U_m = U_n$  إذا كان  $n \geq m$

و بالتالي فإن  $\mathcal{T}$  توبولوجي. حيث  $U_n = \bigcup_{k=1}^{\infty} U_{n+k}$  حيث  $n = \inf\{n_k; k \in \mathbb{N}\}$

(٢). المجموعات المغلقة التي تحتوي على العدد 5 هي:  $\mathbb{N}, \{1, \dots, n\}$  حيث  $n \geq 5$ .

(٣). المجموعات المفتوحة التي تحوي على العدد 5 هي:  $\mathbb{N}, U_n, n \leq 5$ .

(٤). المجموعة  $\{5\}$  ليست مغلقة.

إنغلاقها هي المجموعة  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

(٥). التوبولوجي  $\mathcal{T}$  ليس Hausdorff لأن إذا كان  $m \leq n$  فإن كل مفتوح يحتوي على

$m$  أو  $n$  فإنه يحتوي على  $U_n$ .

(٦). كل مفتوح من التوبولوجي  $\mathcal{T}$  هو مفتوح في التوبولوجي المتممة المنتهية و العكس غير صحيح.

السؤال الثالث

(١).  $\text{Int}A$  هي أصغر مفتوح في المجموعة  $A$ .

(٢). بما أن  $A \subset A \cup B$  و  $B \subset A \cup B$  فإن  $\text{Int}A \cup \text{Int}B \subset \text{Int}(A \cup B)$

(٣).  $A = [0, 1]$  و  $B = [1, 2]$

$\text{Int}(A \cup B) = (0, 2)$  و  $\text{Int}A \cup \text{Int}B = (0, 1) \cup (1, 2)$