

جامعة الملك سعود
كلية العلوم قسم الرياضيات الإختبار الفصلي الثالث
الفصل الأول 1441 هـ 225 ريض الزمن ساعة ونصف

السؤال الأول
لتكن المعادلة التفاضلية

$$(1) \quad y'' + 2xy' + 2y = 0$$

(1). أثبت أن الدالة e^{-x^2} حل للمعادلة (1)

(2). أوجد كل الدوال التحليلية $y = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ بجوار 0 و حلولاً للمعادلة التفاضلية (1).

السؤال الثاني

لتكن المعادلة التفاضلية

$$(2) \quad 4xy'' - 2y' + 9x^2y = 0$$

(1). أثبت أن كل حل y للمعادلة (2) يحقق $y'(0) = y''(0) = 0$.

(2). أوجد دالة تحليلية $y_1 = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ بجوار 0 حلاً للمعادلة التفاضلية (2).
حيث $y_1(0) = 1$

(3). أثبت أن $y_1 = \cos(x^{\frac{3}{2}})$ لكل $x > 0$.

(4). أثبت أن الدالة $y_2 = \sin(x^{\frac{3}{2}})$ حيث $x > 0$ حلاً للمعادلة (2).

السؤال الثالث

ليكن النظام الخطي للمعادلات التفاضلية التالي: $X' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$ حيث

$$X(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(1). أوجد حلول النظام الخطي بدون استعمال تحويل لابلاس.

(2). أوجد حلول النظام الخطي باستعمال تحويل لابلاس.